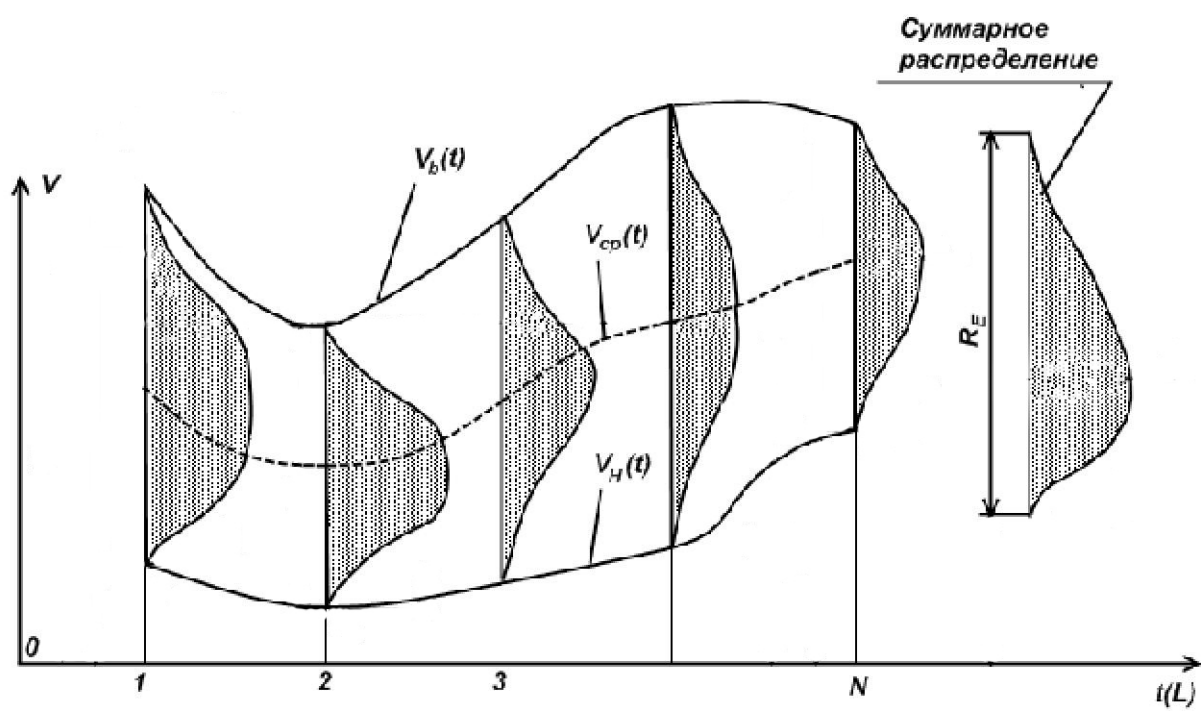


**В.И. Иванцов**

**ОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА ИСПЫТАНИЙ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ**



Ростов-на-Дону  
2009

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Донской Государственный Технический университет

В.И.Иванцов

## **ОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА ИСПЫТАНИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ**

Учебное пособие

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по  
образованию в области транспортных машин и  
транспортно-технологических комплексов в качестве  
учебного пособия для магистров и студентов  
машиностроительных специальностей.

Ростов-на-Дону  
2009

Иванцов В.И. Оптимальная система испытаний сельскохозяйственной техники. Учеб. пособие. – Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2009.

Изложены основные теоретические положения и практические рекомендации о проведении сравнительных полевых и ускоренных испытаний сельхозтехники. На основе реальных ситуаций приведена методика статистической обработки результатов испытаний.

Учебное пособие предназначено для обучения студентов и магистров технических вузов, может быть полезно аспирантам и инженерам занимающихся разработкой и испытанием сельхозтехники.

В техническом оформлении пособия принимали участия студенты факультета МиОАПК: Бахия Г.Г., Билоус А.В., Виноградов М.А., Гончаров А., Дорошенко А.А.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Донского Государственного технического университета.

Научный редактор доктор технических наук, профессор Ю.И.Ермольев.

Рецензент доктор технических наук, профессор В.В.Радин.

# Содержание.

## 1. Основные понятия и положение о проведении испытаний

<b>сельскохозяйственной техники.....</b>	<b>6</b>
1.1. Роль испытаний в развитии техники.....	6
1.2. Особенности с/х. техники с позиции испытаний.....	9
1.3. Техническое задание на проектирование машины.....	13
1.4. Виды и программа полевых испытаний.....	14
1.5. Оценки по испытаниям с/х. техники.....	16
1.5.1 Агротехническая оценка.....	16
1.5.2 Эксплуатационно-технологическая оценка.....	25
1.5.3. Энергетическая оценка.....	28
1.5.4. Оценка надёжности.....	31
1.5.5. Экономическая оценка.....	38
1.5.6. Оценка условий труда механизаторов и требований экологии.....	40
1.6. Критерии качества технологического процесса.....	42

## 2. Рациональная организация и планирование

<b>испытаний.....</b>	<b>44</b>
2.1. Организация испытаний.....	44
2.2. Планирование испытаний.....	45
2.3. Методы ускоренных испытаний.....	51
2.4. Схемы стендов для ресурсных испытаний.....	52

## 3. Предварительная статистическая обработка результатов

<b>испытаний.....</b>	<b>58</b>
3.1. Точность оценки случайных величин.....	59
3.2. Исключения сомнительных результатов.....	62
3.3. Доверительные интервалы для оценок математического ожидания и дисперсии.....	63
3.4. Определение достаточности объема выборки.....	66

## 4. Анализ результатов испытаний.....

4.1. Общий подход.....	69
4.2. Определение характера статистического распределения выборки.....	71
4.3. Оценка степени статистического равенства (идентичности)	

распределений сравниваемых выборок.....	77
4.4. Установление вероятностных связей между факторами и результатом испытаний.....	90
4.5. Методы статистического анализа безразмерных (качественных) факторов.....	97
4.6. Оценка качества продукции по частоте появления редких событий.....	101
4.7. Композиции зависимых и независимых выборок из генеральных совокупностей.....	112
Приложения (статистические таблицы).....	123
Литература .....	138

## Предисловие

Комплексная система управления качеством сельскохозяйственной техники включает проектирование, изготовление и использование экспериментальных образцов, постоянную модернизацию и периодические испытания.

Основным источником информации о качестве функционирования машины, её надёжности и целесообразности изготовления являются испытания в полевых условиях. По сравнению с лабораторными исследованиями они отражают реальную картину работы техники, так как учитывают совокупность всех действующих факторов.

В зависимости от этапа создания или модернизации техники проводят определённые (предварительные и проёмочные) или периодические (контрольные) испытания. Программа и методика этих испытаний регламентируется ОСТ по отдельным группам машин и по различным видам их оценок: по надёжности, экономической эффективности, качеству работы и т.д. Создание экспериментальных машин и проведение их испытаний требует выделения больших финансовых и материальных затрат.

Технологические погрешности при изготовлении экспериментальных образцов и широкий спектр полевых условий приводят к большому рассеянию показателей работы. Короткие сроки выполнения агротехнических работ не позволяют собрать достаточное количество статистического материала. Все это ограничивает информацию и усложняет выбор однозначных выводов.

Так как результаты испытаний носят случайный характер, то точные методы высшей математики не позволяют решать поставленные задачи. В то же время ошибки в выводах по результатам испытаний приведут к передачи сельскому хозяйству несовершенной техники.

Практика создания и модернизации машин показывает, что для анализа неполной, нечеткой и размытой информации целесообразно использовать вероятностные методы.

Основными требованиями к испытаниям являются объективность и достоверность полученных оценок и снижение расходов на их проведение, что достигается сниженным доходом.

Оптимальная система испытаний включает:

- планирование испытаний в соответствии с условиями работы и поставленными задачами;
- оценку характера статистического распределения полученной выборки результатов;
- исключение сомнительных результатов возникающих из-за грубых и систематических ошибок;
- анализ вероятностных связей между конструктивным оформлением машины, внешними факторами испытаний и качеством выполняемого служебного назначения.

В учебном пособии изложены современные методы теории вероятности с практическим приложением: оценка качества изделий и процессов по частоте появления редких негативных событий, анализом количественных и безразмерных факторов, композицией зависимых и независимых выборок.

С целью систематизации различных аспектов проблемы испытаний содержание книги составлено из 4-х разделов.

В первом разделе изложены общие вопросы, раскрыто основное содержание программы и методик испытаний.

Второй раздел включает вопросы организации и планирования испытаний, роль и назначение ускоренных испытаний.

В третьем разделе рассмотрены способы исключения сомнительных результатов из полученного статистического материала.

В заключительном четвертом разделе изложены методики анализа полученных результатов.

Пособие иллюстрировано решением задач, которые встречаются в практике испытаний.

В приложении приведены основные статистические таблицы, необходимые для решения рассматриваемых задач.

# **1. Основные понятия и положения о проведении испытаний сельскохозяйственной техники**

## **1.1. Роль испытаний в развитии техники**

Процесс создания машины состоит из этапов научно-исследовательских работ (НИР) и опытно-конструкторских работ (ОКР). На этапе НИР устанавливают принципиальную функциональную схему машины, типы ее рабочих органов, их основные параметры и регулировки. Этот этап включает экспериментальные лабораторные исследования отдельных сборочных единиц (С.Е.) будущей машины. Длительность этапа 3-6 месяцев, но иногда он продолжается одновременно с ОКР.

Этап ОКР длится 3-6 лет и включает:

1. Разработку технического задания (Т.З.) на основе научных исследований теоретического и экспериментального характера, требований заказчика, патентного поиска. Разрабатывает Т.З. чаще всего исполнитель и согласовывает его с заказчиком.
2. Разработку технической документации, в том числе конструктивно-кинематических схем машины.
3. Изготовление опытного образца.
4. Испытания.

В отличие от лабораторных исследований испытания ограничены в выборе исходных факторов. В реальных условиях весьма затруднительно менять их величину, например, степень засоренности хлебостоя, высоту и влажность стеблей и т.д. Кроме того, в полевых условиях испытаний не достигается такая высокая точность замеров, как в лаборатории. Достоинством испытаний является реализация истинно реальных условий, а полученный объем замеров оказывается намного ближе к генеральной совокупности.

Объектами испытаний являются:

- 1) Образцы деталей или сварных соединений, определяющих надежность машины. Испытания проводятся на износостойкость, усталостную прочность, коррозионную стойкость и другие свойства материала.
- 2) Сопряжения и кинематические пары (подшипники; зубчатые, клиноременные и втулочно-роликовые передачи и т.п.).  
Оценивается влияние конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов на срок службы сопряжений.
- 3) Сборочные единицы машины (режущий аппарат, вентилятор, задний мост и т.п.). Изучается взаимодействие этих сборочных единиц в едином технологическом процессе, качественные показатели их работы.
- 4) Машина (с/х. орудие) в целом (жатка, триер, сеялка и т.п.). Оценивается соответствие техническому заданию.
- 5) Система машин (валковая жатка и зерноуборочный комбайн, оборудование по приготовлению и раздаче кормов на животноводческих фермах и т.п.).  
Учитывается взаимодействие этих машин в едином технологическом процессе.

При испытании отдельных машин и их комплексов учитывают:

- условия работы;
- качественные показатели рабочего процесса (потери, крошение почвы, производительность, поломки и т.д.);



- взаимосвязь этих показателей с последующими и предшествующими операциями (необходимость доочистки корней свеклы уже выкопанной агрегатом, линейную плотность и структуру валка после скашивания стеблей и т.д.);
- состояние машины в процессе работы (отказы, надежность и т.д.);
- целесообразность внедрения новой машины;
- соответствие машины требованиям безопасности и экологии.

Существует около 40 видов испытаний: контрольные, сравнительные, исследовательские, квалификационные, сертификационные, и др. Цель каждого из этих испытаний – установить соответствие образца контрольному требованию Т.З.

В сельхозмашиностроении получили широкое распространение контрольные и определительные испытания.

Целью **контрольных испытаний** является выявление вопроса о соответствии рассматриваемой партии машин техническим требованиям. Реализуются контрольные испытания сбором информации о работе изделий в условиях нормальной или подконтрольной работы.

**Определительные испытания** проводят для выявления фактических показателей вновь разработанных или модернизированных машин. Эти испытания используются для выявления неисправных элементов, недоработок, разработки рекомендаций и т.п.

Испытания, разработка технической документации и производство представляют замкнутый цикл с обратной связью. При модернизации машины и для сохранения ее качества на длительное время регулярно повторяются испытания, корректируется документация, обновляются производство.

Цель испытаний определяет степень структуризации объекта и дискретизации времени испытаний. Условно можно различать три уровня детализации объекта испытаний:

- микроуровень, характерный для отдельных деталей или их элементов (бич молотильного барабана, уплотнительные устройства, насечка лезвия сегмента и т.п.);
- макроуровень, - для систем в которые входят объекты микроуровня (жатка валковая для уборки риса, молотилка зерноуборочного комбайна, сеялка и т.п.);
- мегауровень, - для систем (комплексы машин в полевом хозяйстве и в животноводстве).

Все эти уровни взаимосвязаны, но каждому из них свойственны свои закономерности и масштабы измерения действующих факторов.

В зависимости от длительности испытаний на их результаты могут оказать влияние:

- микрозакономерности на протяжении коротких промежутков времени;
- макрозакономерности характеристик этих же результатов (часы, смены, дни, локальные участки поля);
- усредненные характеристики этих же результатов на протяжении сезона или двух-трех климатических зон.

*Оптимальная система испытаний* должна обеспечить высокую достоверность результата при минимальных затратах. Системный подход опирается на современную методику, ГОСТ'ы, ОСТ'ы и технику испытаний.

Принятые в нашей стране методические основы предусматривают проведение испытаний в различных почвенно-климатических зонах, обязательное сравнение новой техники с лучшими образцами аналогичного назначения. Единая метрологическая база и стандартизованные способы определения агротехнических,

энергетических, эксплуатационных и экономических показателей позволяют получить объем информации достаточный для всесторонней оценки любого объекта испытаний. Достоверности результатов испытаний способствует современные математические методы, моделирование при оценке параметров машин и критериев эффективности. Модели позволяют получить оценки машин по прогнозируемой урожайности, при различных нормах высева, разном плодородии почв, а так же определять производительность машин с учетом ограничений по потерям и качеству работы.

**Качество продукции** - это совокупность свойств, которые обеспечивают ее пригодность удовлетворять потребности в соответствии со служебным назначением. В настоящее время нет единого показателя, который характеризовал бы качество продукции, т.к. оно характеризуется многими свойствами. Эти свойства условно можно объединить в следующие группы:

- 1) Эксплуатационные и потребительские свойства. Для трактора это мощность, расход топлива, рабочая и транспортная скорость и т.д.
- 2) Свойство надежности. Например, ресурс, срок гарантии и т.д.
- 3) Показатели технологичности качественного и количественного характера.
- 4) Показатели технической эстетики: внешний вид, эргономичность и т.д.
- 5) Уровни стандартизации, унификации, нормализации, взаимозаменяемости.

Ведутся работы по комплексной оценке качества машин количественными показателями. Чтобы ускорить эти важнейшие работы требуется упорядочить номенклатуру важнейших показателей и определить иерархию их значимости.

При системном подходе одновременно решаются три задачи:

- обеспечивается всесторонняя оценка объекта испытаний с точки зрения возможности и целесообразности его использования в сельском хозяйстве;
- в распоряжение конструкторов поступает исчерпывающая информация о недостатках испытываемого объекта и возможных путях их устранения;
- работники сельского хозяйства получают четкие рекомендации о подготовительных и организационных мерах, направленных на эффективное использование новой техники.

Эффективность использования машин зависит от их надежности и приспособленности к современным методам ремонта и технического обслуживания. В последние годы заметно повышена наработка за время испытаний, введены испытания на стендах, практикуется обследование машин в хозяйствах. Вводятся имитационные испытания зерноуборочных комбайнов с применением заменителей солоистой массы и зерна.

**Оптимальная система испытаний** предполагает планирование и сокращение сроков испытаний, снижение затрат труда и материальных средств на их проведение, повышение достоверности полученных результатов. Решение этих задач возможно при широком использовании математических методов, которые позволяют: выявить факторы оказывающие доминирующее влияние на цели испытаний; установить зависимость (математическую модель) между факторами и показателями работы и надежностью машины; оценить удельные веса факторов; прогнозировать генеральные показатели работы машины ее надежности по выборкам небольшого объема; оценить эффективность конструкторских и технологических решений; оценить уровень подготовки механизаторов и т.д.

Показатели работы и надежность сельхозмашины зависят от многих факторов среди которых есть доминирующие и второстепенные, но все они имеют стохастический характер. Поэтому объем стендовых и полевых испытаний, анализ

собранный информации многократно превышают объем чисто аналитических исследований. Аналитических исследований недостаточно для принятия оптимальных решений по назначению конструктивных и кинематических параметров машины.

Ошибки в организации испытаний или неудовлетворительная статистическая обработка их результатов приводят к передаче на производство несовершенных машин и тормозят технический прогресс. Примером таких негативных решений является рекомендации машиноиспытательных станций о постановке на производство зерноуборочного комбайна с двумя бункерами или замена скребкового зернового элеватора шнеком. Поэтому к испытаниям привлекают наиболее квалифицированных специалистов. Испытания требуют самой большой доли средств, выделенных на ОКР.

## 1.2. Особенности сельхозтехники с позиции испытаний

По уровню технической оснащенности и классу прочности сельхозмашиностроение уступает другим отраслям. Это объяснимо малыми скоростями передвижения машин, при которых почти не возникает катастроф, небольшой наработкой (2000-3000 час) за весь срок службы; стоимость применяемых материалов для деталей должна быть доступна механизаторам. Комплектующие для СХМ (подшипники, уплотнители, элементы гидравлики) имеют более низкие показатели надежности, чем в авиации, дорожных машинах.

Все эти технологические погрешности приводят к неоднородному качеству изделий, изготовленных по одинаковым чертежам. А это вызывает большое рассеяние качественных показателей в работе.

Увеличение рабочих скоростей и ширины захвата повышают нагрузки на все системы: ходовую часть, приводы, раму. Это неизбежно ведет к увеличению массы машины (например, увеличение ширины захвата жатки с 5 до 6 м, в 1,2 раза, увеличивает её массу в 1,3-1,4 раза); что снова увеличивает нагруженность, в том числе от сил инерции. В результате снижается надежность и увеличивается разница между теоретической и реальной производительностью. Важной проблемой является обеспечение равнопрочности всех элементов и исключение избыточного запаса прочности.

Испытания в зависимости от состояния объектов к моменту их завершения можно разделить на завершённые и незавершённые. При завершённых испытаниях все наблюдаемые объекты доведены до предельного состояния. Результаты таких испытаний представляют полную выборку. При незавершённых испытаниях объекты не доведены до такого состояния. Результаты незавершённых испытаний представляют **усеченную выборку**.

Почти все испытания сельхозмашин являются незавершёнными наблюдениями. Для них определяют **выборочные** статистические характеристики: среднее арифметическое  $\bar{X}$  и среднее квадратическое значения  $\tilde{\sigma}$ . По ним, а также ориентируясь на объем выборки и доверительную вероятность определяют доверительные интервалы для  $\bar{X}$  и  $\tilde{\sigma}$ .

Короткий срок испытаний, ограниченный агросроком (10-15 дней), не позволяет получить большой массив замеров за 1 сезон. Нужно несколько сезонов. Поэтому важна оптимальная организация испытаний, их планирование, прогнозирование результатов, проведение стендовых испытаний, хотя максимальную ценность представляют натурные испытания в реальных условиях. В связи с этим,

вероятность полученных выводов примерно 0,8, а не 0,9-0,95, как в общем машиностроении.

В хозяйственных условиях на сельхозмашину воздействуют множество факторов, разнообразных и сильно изменчивых. Учёт многообразия связей между испытываемым объектом и внешней средой позволяет получить достаточную информацию для оценки технологических возможностей машины, о надёжности и о соответствии требованиям экологии и т.д. Весь этот комплекс сведений является информационной моделью. В дальнейшем над этой моделью выполняют различные операции.

Чтобы полученные результаты были объективными и достоверными, модель должна отвечать требованиям:

- быть адекватной реальному объекту, т.е. соответствовать ему без подгонки и волевых решений;
- быть адаптивной, т.е. гибкой и допускать возможность усовершенствования по мере углубления поставленной задачи или изменения объекта;
- прогнозировать результаты работы в процессе испытаний.

Для агрозоотехнических и энергетических критериев эффективности функционирования машин механизм преобразования входных переменных в выходные недостаточно изучен, поэтому чаще всего прибегают к построению моделей по схеме “чёрный ящик”. Такие модели (Рис.1) не раскрывают физическую или биологическую суть явлений и ценны тем, что позволяют решить конкретные задачи.

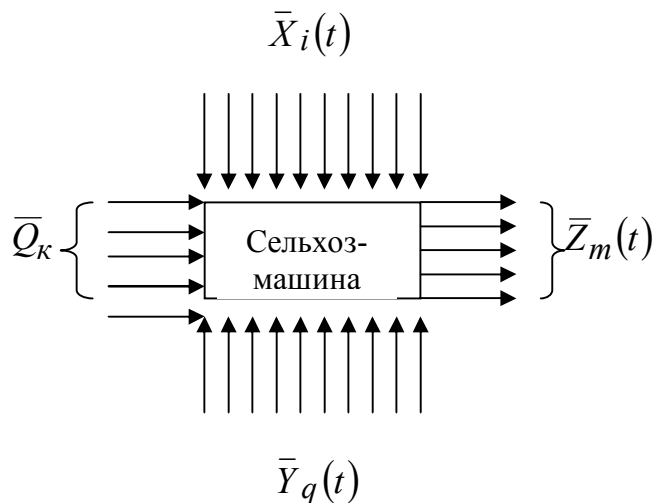


Рис. 1. Факторное пространство, возникающее в процессе работы машины.

$\bar{X}_i(t)$ – векторы внешней среды (длина стеблей, урожайность, влажность почвы и т.д.);

$\bar{Y}_q(t)$ – параметры машины, регулируемые в зависимости от  $X_i(t)$  (частота вращения барабана, скорость комбайна и т.д.);

$\bar{Q}_k$ – неизменные конструктивно-кинематические параметры машины (ширина захвата, объем бункера и т.д.).

Функционирование объекта испытаний формально можно представить как преобразование входных факторов в выходные с помощью некоторой системы нелинейных операторов  $L_n$ .

Чтобы получить показатели эффективности и построить модель необходимо найти этот оператор или определить отображение пространства состояний внешних воздействий и параметров объекта на пространство технологических, эргономических и других показателей эффективности функционирования объекта.

В конечном счёте:

$$\bar{Z}_m(t) = L_n[\bar{X}_i(t), \bar{Y}_q(t), \bar{Q}_k],$$

где  $L_n$  - преобразователь входов в выходы. Этот оператор может быть выражен формулой, графиком, логическим условием. В зависимости от этого информационная модель работы объекта может быть детерминированной, вероятностной или иной.

Из-за изменчивости и разнообразия внешних факторов качественные показатели машин имеют стохастический характер, могут описываться не стационарными и не эргодическими функциями. Все это создает большие трудности в определении статистических характеристик  $\bar{Z}_m(t)$  – вектора выходов (потери, глубина пахоты и т.д.). Например, при скашивании зерновых культур стебли получают отгиб тем больший, чем выше подача, т.е. скорость жатки. Но в действительности получается иная ситуация (Рис.2): из-за стабилизации колебаний на участке  $V_1$ - $V_2$  не происходит увеличения высоты стерни.

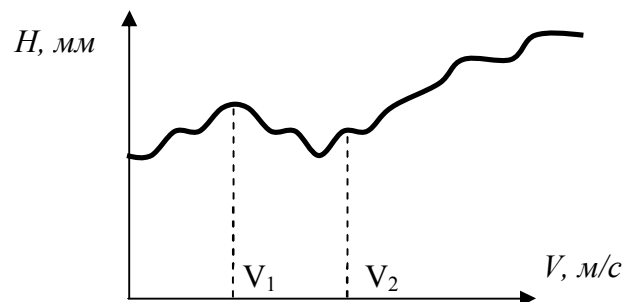


Рис. 2. Характер изменения высоты стерни  $H$  в зависимости от скорости жатки  $V$ .

Детерминированные модели имеют вид функциональных зависимостей и **однозначно** описывают процесс. Элементарным примером является зависимость пути  $S$  от скорости  $V$  и времени  $t$  ( $S=Vt$ ). Но это первый шаг к познанию.

Статистические модели получают иногда из детерминированных подстановкой вместо постоянных факторов их статистические характеристики. Например,  $S = (V \cdot K) t$ , где  $K$  - изменчивость  $V$  на промежутке времени  $t$ .

Детерминированные и статистические модели описывают процесс в **установившемся** состоянии и являются статическими. Случайный процесс воздействия со стороны обрабатываемого материала (почва, рельеф, стебли и т.п.) вызывает изменчивость не только качественных показателей, но и эксплуатационной нагруженности привода, каркаса машин, что также косвенно влияет на качество работы. Кроме того, возникают инерционные нагрузки от воздействия рельефа, колеблющихся рабочих органов, проскальзывание в ременных передачах и т.п.

В результате возникает неустойчивый характер техпроцесса, преобразующего «входы» в «выходы». После исчезновения возмущений процесс на какое-то время стабилизируется, приближаясь к среднему уровню (рис 3.).

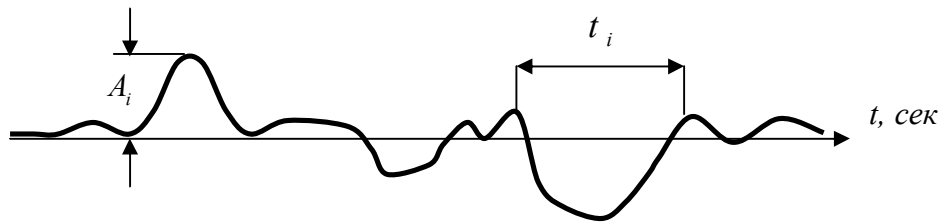


Рис. 3. Изменчивость одного из параметров процесса.

Чем короче время  $t_i$  переходного процесса и меньше отклонение  $A_i$  качественных показателей, тем выше качество процесса.

**Динамические** модели более полно описывают процессы, чем статические. Их оператором  $L_n$  являются дифференциальные или интегральные уравнения или системы этих уравнений.

К сожалению, все эти модели нельзя использовать для воспроизведения (синтеза) реального процесса. Они не вполне адекватны. Аналитическая обработка этих моделей не позволяет сделать точный прогноз или выбрать оптимальные конструктивно-кинематические параметры машины. Поэтому представляют интерес методы разложения параметров процесса на составляющие. Эти составляющие или их комбинации позволяют глубже изучить процесс.

Интересны подходы Р. Мэнли, Бородачева Н.А., использование метода мгновенных выборок к разложению цельного сложного процесса на периодические и нерегулярные структуры [4, 6].

### 1.3. Техническое задание на проектирование машины

Этот документ включает следующие показатели:

1. Наименование изделия и область его применения. Обязательно указывается универсальность по применению.
2. Основание для разработки. Например, постановление Правительства, протокол по модернизации предшествующей машины и т.п.).
3. Цель и назначение разработки. Например, создание взамен другой машины для повышения универсальности использования, повышения производительности, повышения качества работы и т.п.
4. Источники разработки: авторские свидетельства, проспекты, протоколы испытаний, отчеты специалистов о посещении международных выставок.
5. Технические требования
  - 5.1. Состав изделия и требования к его конструктивному устройству. Адаптеры к машине должны быть согласованы, установлена их масса, удельная масса на единицу пропускной способности машины. Прилагается описание и основные технические характеристики будущей машины, в том числе зазоры, регулировки, вид привода, типы рабочих органов.
  - 5.2. Показатели назначения и использования:
    - пропускная способность, кг/с, при уборке в разных условиях;
    - характер измельчения стеблей;

- рабочая скорость;
- мощность на единицу пропускной способности при работе в разных условиях;
- наличие устройств, предохраняющих от поломок при перегрузках и попадании инородных предметов;
- потери. Например, для зерноуборочного комбайна при урожайности 40-50 ц/га, соотношением  $З:С = 1:1,5$ , влажности соломы 10-20%, уклоне поля до  $2^0$  потери на подборе должны быть меньше 2%, дробление меньше 2% при пропускной способности  $g < 9-10$  кг/с.

### 5.3. Требования к надежности машины:

- коэффициент готовности за период нормативной годовой загрузки;
- коэффициент технического использования;
- средняя наработка на отказ;
- срок службы до списания;
- коэффициент надежности техпроцесса;
- удельная трудоёмкость текущих ремонтов чел-ч/час.

### 5.4. Требования к уровню унификации и стандартизации. Звездочки, цепи, ремни, пружины, подшипники и т.д. должны быть унифицированы с другими машинами .

### 5.5. Требования к безопасности, эстетике и эргономике:

- наличие реверса при очистке рабочих органов;
- наличие комплекта инструментов на досборку, монтаж, техуход;
- соответствие габаритов машины железнодорожному транспорту;
- обеспечение статической устойчивости при уклоне до 30 градусов;
- ограждение вращающихся деталей;
- тормоза должны удерживать машину на уклоне не менее 12 градусов;
- беспрепятственный доступ к местам технического обслуживания.

### 5.6. Требования к патентной чистоте должны обеспечиваться в РФ, странах СНГ, США и др.

### 5.7. Условия эксплуатации и требования к техническому обслуживанию. Указываются:

- характеристики убираемых культур (высота, влажность, урожайность, размер валка и т.д.);
- площадь и конфигурация участка;
- наличие камней, кротовин;
- время присоединения адаптеров;
- виды и периодичность ухода.

### 5.8. Экономические показатели техники:

- преимущества по сравнению с аналогом (повышение производительности в разных условиях);
- снижение удельной энергоёмкости и материалоёмкости;
- годовой экономический эффект;
- лимитная цена;
- годовой выпуск.

Технические требования, в том числе и нормы точности, устанавливает конструктор, ориентируясь на служебное назначение машины, условия работы и эксплуатации, вероятность частых разборок. Эти требования гарантируются расчетом и должны быть подтверждены полевыми испытаниями.

## 1.4. Виды и программы полевых испытаний

Перед внедрением машины в производство её подвергают предварительным, приёмочным и периодическим испытаниям. Программы и методы этих испытаний регламентируют ОСТы.

**Предварительные испытания** (заводские) образца производит разработчик. Он устанавливает соответствие машины ТЗ, в которых учтены качественные показатели работы, требования стандартов, требования экологии и безопасной эксплуатации и т.д. Положительное заключение позволяет представить продукцию на приёмочные испытания, которые проводит головная организация по испытаниям.

Опытные образцы подвергают **приёмочным испытаниям** в разных зонах в сравнении с аналогом. Цель приёмочных испытаний та же, что и предварительных, но дополнительно устанавливается возможность представления машины к производству. Поэтому приёмочные испытания проводят в 2 этапа: вначале как лабораторно-полевые, а затем в хозяйственных условиях. На 1-ом этапе решают задачи:

- выбор, подготовка и изучение полевых участков и объектов для обработки (зерно, почва, стебли). Под воздействием времени (суток) и погоды свойства объектов меняются в широких пределах. Важно зафиксировать количественное значение этих свойств в момент агрооценки;
- отладка и настройка машины на оптимальные условия работы;
- проверка эффективности регулировочных устройств и удобства управления машиной;
- определение качества работы машины в разных условиях и различных режимах;
- определение энергетических показателей.

Приёмочные испытания в хозяйственных условиях проводят после удовлетворительного результата лабораторно-полевых испытаний. Целью этого этапа испытаний является проверка устойчивости и надежной работы машины в разнообразных условиях, а также определение её эксплуатационно-экономических показателей. Для этого проводят хронометраж учета чистого времени работы и затрат времени на техобслуживание машины, организационные простои.

Для получения убедительных результатов приёмочных испытаний машина должна выполнить 3-6-летний объём работ.

После положительных приёмочных испытаний проводят корректировку конструкторской документации и изготавливают контрольный образец. Оформляется решение о постановке машины на производство, и её чертежи согласовываются на технологичность с заводом-изготовителем.

В начале выпуска серии машин изготавливают **установочный образец**, который является эталоном для производства.

**Периодическим** испытаниям подвергают серийно выпускаемые машины с целью проверки поддержания их технического уровня. При длительном выпуске машины происходит износ оборудования, режущего и мерительного инструмента, замена материала деталей, внедрение рационализаторских предложений и изобретений. Но качество машины от этого не должно снижаться. Периодические (контрольные) испытания проводят *в заводских и в полевых условиях*.

Перед периодическими полевыми испытаниями проводят замеры длин цепей, ремней, толщины и контура зубьев звездочек и других изнашивающихся деталей.



Затем проводят обкатку\_машины в течение 2-3 смен. После испытаний (не менее годовой нагрузки) проводят разборку машины, чтобы выявить скрытые поломки, оценить величины износа и вытяжки цепей и ремней.

Существуют ОСТы на испытания отдельных групп машин: зерноуборочных, почвообрабатывающих, посевных и т.д. Эти ОСТы описывают программы и методы приемочных и периодических испытаний. Одновременно существуют ОСТы по различным видам оценок.

Важнейшей и наиболее яркой характеристикой машины является её агро- или зоотехническая оценка.

Одновременно с агротехнической проводится энергетическая оценка.

## **1.5. Оценки по испытаниям сельскохозяйственной техники**

### **1.5.1. Агротехническая оценка**

Оценка качества работы машины является важнейшим показателем её соответствия служебному назначению. Величина и качество урожая или другого продукта является наиболее важным критерием агрооценки. Для уборочных машин этот показатель определяют непосредственно. Для других машин (почвообработка) этот показатель определить сложно. Опыт закладывается в течение 3-х лет.

Качество работы машины оценивают во взаимосвязи с предшествующими и последующими операциями. Например, при оценке работы подборщика учитывают качество и структуру валка, уложенного жаткой, и потери не только за подборщиком, но и за молотилкой комбайна.

Агрооценка должна решить 3 задачи:

1. Определить экстремальные условия, при которых показатели работы машины еще соответствуют техническому заданию;
2. Определить агропоказатели работы машины в типичных условиях. Например, для машин по послеуборочной обработке урожая такими показателями являются: потери, дробление зерна, содержание крахмала, сахаров, каротина и т.д.
3. Оценить устойчивость технологического процесса работы в пространстве и во времени при различных внешних условиях. Например, вероятность забивания рабочих и транспортирующих органов, их залипание, наматывание стеблей и т.п. при возрастании влажности, неравномерной подаче, сводообразовании.

Получение агропоказателей в ходе лабораторно-полевых испытаний предполагает выполнение следующих работ:

1. Оценка условий эксплуатации, которые могут повлиять на агропоказатели (состояние убираемой культуры, степень зрелости, состав почвы и т.п.). Характеристика участка поля: уклон, размеры, длина гона, рельеф, равномерность распределения сорняков.
2. Предварительная обкатка и регулировка машины в течение не менее 10 часов.
3. Оценка показателей качества работы: высота и равномерность среза стеблей, структура потерь, чистота бункерного зерна и т.д.
4. Разделение агропоказателей по месту и причине возникновения.
5. Сравнение полученных агропоказателей с нормативами, агротребованиями, данными по машине-аналогу, требованиями международной системы машин.

При агротехнической оценке определяют наиболее характерные показатели качества работы. Такими показателями машин для глубокой обработки почвы (плуги, щелерезы, кротователи) являются: постоянство ширины захвата и глубины обработки, крошение почвы на различные по величине фракции, полнота и глубина заделки растительных остатков внутрь почвы, гребнистость поверхности поля, перемещение генетических горизонтов поля на солонцовых почвах.

При агротехнической оценке машин для поверхностной обработки почвы определяют глубину взрыхленного слоя, крошение почвы, подрезание сорных растений и растительных остатков при лущении стерни, заделку пожнивных остатков, выровненность почвы, вынос влажного слоя почвы на поверхность, изменение количества эрозионных неровностей (лунок, щелей, гребней, перемычек, валиков и т.д.).

При агротехнической оценке зерноуборочных машин определяют: ширину захвата, высоту среза, толщину и ширину валка, потери зерна в срезанных и несрезанных колосках, потери «свободным» зерном, производительность комбайна за 1 час основного времени при уровне потерь за молотилкой 1,5%, пропускную способность молотилки при отношении масс зерна и соломы  $3:C = 1:1,5$ , чистоту бункерного зерна, микроповреждение зерен, потери в щели комбайна и т.д.

Агротехническую оценку проводят на типичных фонах в оптимальные для зоны сроки. Машины с новыми рабочими органами дополнительно испытывают в экстремальных условиях (например, активные рабочие органы культиваторов – на рыхлении прикатанной почвы, двухножевые режущие аппараты – на скашивании полеглых стеблей).

На оценку уборочных машин большое влияние оказывают характеристика и состояние с-х культуры. Спелость культуры определяют по преобладающей группе зерен. Например, если группа зерен восковой спелости составляет 70%, полной – 10%, молочно-восковой – 20%, то считают, что данная культура находится в стадии восковой спелости.

При агротехнической оценке применяют влагомеры, секундомер, конусную молотилку, весы, линейку, решета и т.д.

Большое влияние на достоверность агротехнических показателей оказывает правильное определение объема выборки: число опытов (проб), повторностей опыта и т.д.

Показатели качества различных механизированных работ оказывают разное влияние на реальную урожайность. Поэтому некоторым видам агрооценок следует уделять больше внимания. При планировании испытаний следует учитывать это условие (табл. 1).

### Влияние показателей агрооценки на урожайность и потери зерном

Машина-орудие	Основные показатели агрооценки	Вес показателя в %
Плуги	Равномерность глубины обработки.	50
	Крошение пласта.	30
	Заделка растительных остатков.	20
Культиваторы для Междурядной обработки	Степень подрезания сорняков.	40
	Степень подрезания культурных растений.	40
	Равномерность глубины.	20
Валковые жатки	Потери свободным зерном и колосом.	40
	Форма валка.	25
	Устойчивость Н среза.	20
	Устойчивость размеров валка.	15
Зерноуборочный комбайн	Потери зерном и колосом.	80
	Дробление зерна.	10
	Чистота зерна.	10

### Агротехнические требования к сеялкам

Колосовые культуры сеют перекрестным или узкорядным способом.

Отклонения от заданной нормы высева семян  $\pm 5\%$ , а удобрений  $\pm 10\%$ . Вредны недосев и пересев.

Пропашные культуры сеют пунктирным, квадратно-гнездовым или гнездовым способом. Отклонение центров гнезд от линии поперечных рядов  $\pm 5$  см. В одно гнездо вносят 2-3 семени кукурузы или подсолнечника, 4-5 бобов, 3-4 бахчевых культур.

Показатели качества сева:

- Глубина заделки зависит от вида растений: пшеницы 40-80 мм, кукурузы 80-120 мм, картофеля 70-150 мм, сахарной свёклы 20-50 мм.
- Равномерность заделки оценивают коэффициентом

$$K_{pz} = \frac{\frac{1}{n} \sum a_{i\phi}}{a_3},$$

где  $\frac{1}{n} \sum a_{i\phi}$  - средняя величина фактической глубины заделки.

$a_3$  - агротехнически заданная глубина.

### Нормы высева семян и удобрений

Эта норма зависит от плодородия почвы. Повышенный высев ведет к ручной прорывке. Недосев вызывает изреженность посевов и снижение урожайности. Расход

посадочного материала определяют с учетом средней массы семени или клубня, способа посева, количества клубней в одном гнезде.

Например, при ширине междурядий  $Z$  см длина всех рядков на 1 га будет

$$L = \frac{10^6}{Z} \text{ м / га.}$$
 Масса семян на 1 м рядка  $q = m \cdot k (\text{г / м})$ ,

где  $m$  – масса 1 зерна, г.

$k$  – расчетное число семян на 1 м рядка.

$$\text{Норма высева семян: } Q = \frac{q \cdot L}{1000} = \frac{10^3 \cdot q}{Z} \text{ кг / га.}$$

Равномерность высева семян зависит от величины проскальзывания опорно-приводных колес, заполнения ячеек диска семенами и повреждения семян высевающим аппаратом. Эти показатели определяются опытными коэффициентами. На практике устанавливают норму высева так. В семенной ящик сеялки засыпают контрольную навеску семян из расчета засева площади за 1 круг, т.е. 2 прохода сеялки (туда и обратно). Величина этой контрольной навески

$$Q_K = \frac{2 \cdot L_T \cdot Q \cdot B}{10^4}, \text{ кг,}$$

где 2 – число проходов,

$L_T$  – длина гона, м,

$B$  – ширина захвата сеялки, м.

Расходование  $Q_K$  за 1 круг указывает, что сеялка настроена правильно.

При посеве пропашных культур (кукуруза, подсолнечник, свёкла) важно правильно разместить семена в рядах или гнездах и посеять в каждое из них заданное число семян. Такой подход обеспечивает минимальные затраты труда на прореживание, увеличение площади механизированной обработки (т.к. уменьшаются защитные зоны), повышает производительность труда.

Для проверки глубины заделки семян (клубней) раскапывают слои почвы и подсчитывают число семян (иногда пользуются буром) на разной глубине.

Пустоту и равномерность посева определяют по всходам внутри рамки площадью  $1 \text{ м}^2$  в разных местах поля.

### **Агротехнические требования к машинам для ухода за растениями**

Этот уход заключается в рыхлении почвы, удалении сорняков, а также в защите растений от вредителей, внесении удобрений.

**А Механическую обработку почвы** проводят культиваторами и боронами, которые разрушают надпочвенную корку, прореживают растения, подрезают сорняки, рыхлят почву.

Разрушение почвенной корки определяют с помощью рамки площадью  $1 \text{ м}^2$ . Поверхность рамки разделена на квадраты  $5 \times 5 \text{ см}^2$ . Эту рамку в 6 - кратной повторности накладывают случайным образом на поверхность и подсчитывают количество квадратов с нарушенной коркой.

Рыхление почвы оценивают глубиной и гребнистостью поверхности. Допускается отклонение от заданной глубины на 1 см. Это определяют замером линейкой в 3-х местах по длине гона. Гребнистость определяют в 3-х местах по длине гона во всех междурядьях. После культивации гребнистость должна быть меньше 3 см.

Повреждение растений лапами культиватора зависит от прямолинейности рядков и точности движения агрегата, т.е. копирования рядов растений. Важное значение имеет оптимальная величина рабочей зоны. Агрегат должен располагаться симметрично относительно рядов растений. Особую опасность представляет подминание растений ходовой частью или нижней плоскостью рамы энергосредства (рис. 4).

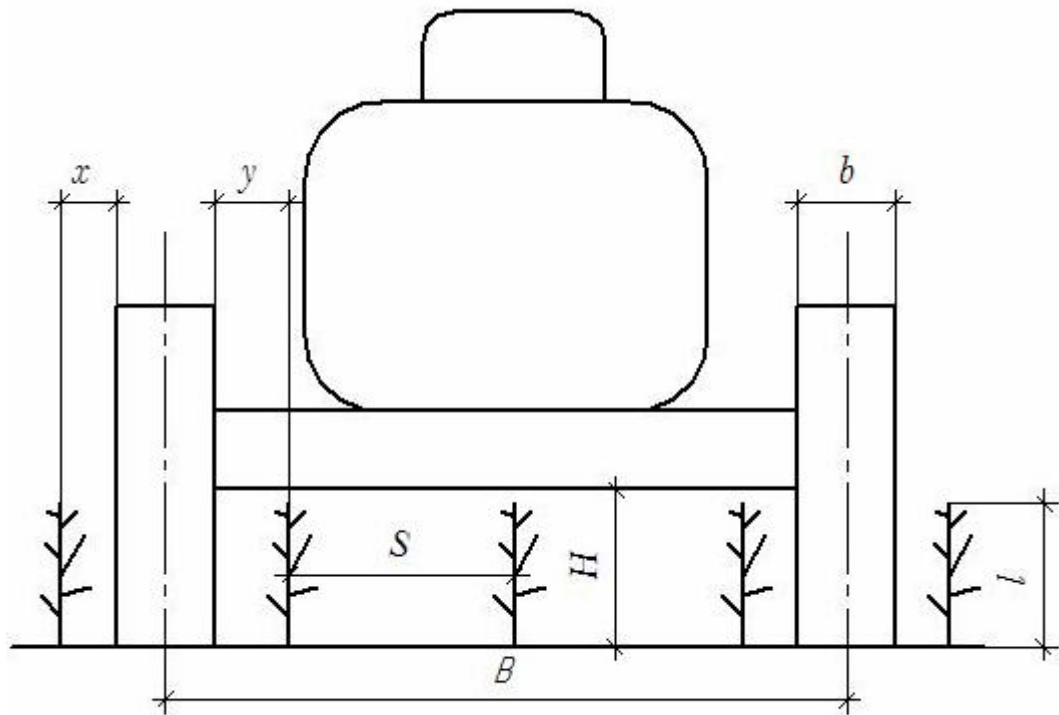


Рис.4 Защитные зоны при механизированной обработке

Условия оптимальности зон:

$$H > l;$$

$$y = \frac{(B - \epsilon) - S(n - 1)}{2} > 0;$$

$$x = \frac{S(n + 1) - (B + \epsilon)}{2} > 0,$$

где  $n$  - число рядков под агрегатом.

Кромки лап не должны приближаться к защитным зонам, т.е. к стеблям.

При оценке работы культиватора надо учитывать, что расстояние  $S$  – случайная величина, культиватор может двигаться не прямолинейно. Поэтому  $x \gg 0$ ,  $(H - l) \gg 0$ .

Задаваясь  $x \approx y = 100 \text{ мм} \dots 200 \text{ мм}$  и зная параметры энергетического средства, можно определить ширину междурядий  $S$ .

Степень подрезания сорняков:

$$K_n = \frac{n_c - n_{np}}{n_c} \cdot 100 \%,$$

где  $n_c, n_{np}$  – количество сорняков на контрольном участке до и после культивации.

### **Б. Показатели процессов внесения удобрений и химзащиты растений.**

Оптимальная производительность агрегата по внесению жидких ядохимикатов или удобрений

$$G_{жс} = \frac{Q_n \cdot V \cdot B}{600}, \text{ л / мин},$$

где  $Q_n$  – норма внесения,  $кг/га$  или  $л/га$ ,

$V$  – скорость агрегата,  $км/ч$ ,

$B$  – ширина захвата,  $м$ .

Примечание:

$$\text{Размерности } G_{жс} = \frac{кг}{га} \cdot \frac{км}{час} \cdot м = \frac{кг/мин}{600}.$$

Производительность аппарата по внесению сухих удобрений:

$$Q_c = \frac{L_n \cdot Q_n \cdot B}{10^4}, \text{ кг / га},$$

где  $L_n$  – длина пути агрегата,  $м$ .

Равномерность распределения материала определяют с помощью рамок

$S = l m^2$ , предварительно разложенных на участке, и капель жидкости, попавшей на рамку, массы капли.

### **Оценка потерь при уборке зерновых культур.**

Способы уборки и агротребования к ним зависят от вида культуры: зерновая, крупяная, зернобобовая, трава, корнеплоды, масличные культуры (подсолнечник, клещевина, рапс, горчица) и т.д. Потери урожая зависят не только от параметров машины, но и от состояния убираемой культуры (спелость, влажность, полеглость, пониклость и т.д.)

Чем выше годовая наработка машины, тем точнее должна быть настройка на техпроцесс, иначе потери урожая будут больше, чем при работе менее производительной машины. Настройка должна соответствовать максимальной производительности при требуемом качестве (потерям и т.д.).

При нормальных условиях работы:

- потери за валковой или комбайновой жатками  $\Pi_{жс} \leq 1\%$ ;
- потери за подборщиком  $\Pi_n \leq 0.5\%$ ;
- потери молотилкой  $\Pi_m \leq 1.5\%$ .

При уборке полеглых, засоренных, перестоявшихся хлебов; или повышенной влажности зерна или соломы потери могут быть выше на 0.5 – 1.5 %.

При прямом комбайнировании потери за комбайном (без учета потерь от осыпания)

$$\Pi_k = \Pi_{жс} + \Pi_m.$$

При раздельной уборке общие потери

$$П_{общ} = П_n + П_{жс} + П_m.$$

Важно эти потери классифицировать не только по месту их возникновения, но и по форме (дробленое зерно, срезанные и несрезанные колоски и т.д.), а также по причине их появления. Потери  $П_{жс}$  определяют с помощью рамки площадью  $0.25 м^2$ , которую накладывают на стерню случайным образом, но не на участок между колеями колёс комбайна, чтобы исключить из числа потерь зёрна, просыпавшиеся сквозь неплотности-зазоры в молотилке. В пределах рамки подсчитывают свободные зёрна и зёрна в срезанных и несрезанных колосках. Загрязнённые и проросшие от самоосыпания зёрна не учитывают.

### Процент потерь зерна за жаткой.

$$П_{жс} = \left( \frac{K_{жс} \cdot M}{Y} \right) \cdot 10^{-2}, \%$$

где  $K_{жс}$  - количество зёрен, собранных с  $1 м^2$  (т.е. 4-х рамок);

$M$  – масса 1000 зёрен, г;

$Y$  – урожайность зерном, ц/га.

Например, при  $Y = 40 ц/га$ ,  $M = 40 г$  (пшеница),  $K_{жс} = 100$  зёрен, получим  $П = 1\%$ .

**Процент потерь за подборщиком** определяют аналогично. Рамку 4 раза накладывают на то место, где лежал валок с интервалом  $1 м$ . Подсчитывают число свободных зёрен и зёрен в неподобранных колосках. Из суммарного их числа, собранных с  $1 м^2$  ( $K_{жс} + П$ ) вычитывают число зёрен, характеризующих потери за жаткой,  $K_{жс}$ .

Потери за подборщиком с  $1 м^2$  равны:

$$K_{П} = \frac{(K_{жс+П} - K_{жс}) \cdot B_B}{L_B}, \frac{\text{зёрен}}{м^2},$$

где  $K_{жс+П}, K_{жс}$  – число зёрен собранных с  $1 м^2$  под валком после его подбора и с  $1 м^2$  рядом с валком (по 4 рамки);

$B_B$  – ширина валка, м;

$L_B$  – расстояние между осями 2-х соседних валков, м.

**Пример:** После 4х замеров рамкой  $0.25 м^2$  установили  $K_{жс+П} = 81, 63, 75, 94$  зёрен и  $K_{жс} = 16, 12, 19, 10$  зёрен.  $B_B = 0.9 м, L_B = 6 м$ .

$$K_{П} = \frac{[(81 + 63 + 75 + 94) - (16 + 12 + 19 + 10)] \cdot 0.9}{6} = 38 \frac{\text{зерен}}{м^2}.$$

Процент потерь под валком:

$$П_{П} = \frac{K_{П} \cdot M}{Y} 10^{-2}, \%$$

**Пример:** При  $Y = 30 ц/га$ ,  $M = 40 гр/1000 зёрен$ .

$$П_{П} = \frac{38 \cdot 40}{30} \cdot 10^{-2} = 0.5 \%$$

### Потери за молотилкой с копнителем.

Используют комбайн-контролёр, который повторно обмолачивает копны. Этот комбайн имеет полотенный подборщик. На него вручную загружают массу из копны. Под зерновым элеватором располагают брезентовый мешок как быстросъёмный сборщик зерна. Искомая величина потерь.

$$П_M = \frac{10^4 \cdot Q}{B \cdot L_0 \cdot Y} \cdot K_z, \%,$$

где  $Q$  – масса зерна выделенного из копны одной (обмолачивают не менее 3-х копен), кг;

$B$  – рабочая ширина захвата жатки, м;

$L_0$  – расстояние на котором формировалась копна, м;

$K_z = 1.2$  – погрешность метода.

**Пример:** При  $L_0 = 70$  м,  $Q = 2.5$  кг,  $B = 6$  м,  $Y = 30$  ц/га. потери за молотилкой

$$П_M = \frac{10^4 \cdot 2.5}{6 \cdot 70 \cdot 30} \cdot 1.2 = 2.4 \, \%.$$

Т.к.  $П_M > 1.5\%$ , то необходимы технологические регулировки с учётом вида потерь: недомолотом в соломе, свободным зерном в полове и т.д. Потери за молотилкой, включают:

$$П_M = П_c^H + П_c^C + П_n^H + П_n^C, \%,$$

где  $П_c^H, П_c^C$  – недомолот и свободное зерно в соломе;

$П_n^H, П_n^C$  – недомолот и свободное зерно в полове;

При нормальных условиях уборки необходимо чтобы:

$$П_c^H \leq 0.3...0.5\%, \quad П_c^C \leq 0.5...1\%, \quad П_n^H < 0.1...0.3\%, \quad П_n^C \leq 0.4...0.7\%.$$

Для определения потерь недомолотом из различных мест копны выбирают 50 колосков: обмолоченных полностью или частично. Из них вымолачивают  $K_H$  (число) зёрен.

### Потери недомолотом.

$$П_H = П_c^H + П_n^H = \frac{K_H \cdot M \cdot \Gamma}{5000 \cdot Y}, \%,$$

#### Пример:

При  $K_H = 10$  шт,  $M = 40$  г/1000 зёрен,  $\Gamma = 400$  см/м<sup>2</sup>,  $Y = 40$  ц/га, потери недомолотом

$$П_H = \frac{10 \cdot 40 \cdot 400}{5000 \cdot 40} = 0.8 \, \%.$$

Для определения потерь свободным зерном в полове из различных мест копны берут 3 пробы массой 0,5 кг. Из навески выделяют свободное зерно количеством « $K_C^C$ » зёрен.

### Потери свободным зерном в соломе.



$$П_c^c = \frac{K_c^c \cdot M}{5000} \cdot \left( \frac{c}{3} \right), \%,$$

где  $C/3$  - соотношение масс соломы и зерна.

$\frac{K_c^c \cdot M}{1000}$  - масса зёрен в навеске 500 гр.,

**Примечание:**

$\frac{K_c^c \cdot M}{500 \cdot 1000} \cdot 100 \%$  - процентное отношение массы зёрен к массе всей навески.

**Пример:** При  $K_c^c = 75 \text{ шт}$ ,  $M = 40 \text{ гр}$ ,  $C : 3 = 2 : 1$  Потери свободным зерном в соломе

$$П_c^c = \frac{75 \cdot 40}{5000} \cdot \frac{2}{1} = 1.2 \, \%.$$

Для определения потерь свободным зерном в полове из различных мест копны берут 3 пробы половы массой по 50 гр. Из каждой пробы выделяют все зёрна и находят их среднее количество  $K_{cp}$  отнесённое к навески 500 гр.

Масса зёрен в навеске из 50 гр равна  $\frac{K_{cp} \cdot M}{1000}$ .

Отношение массы этого зерна к массе навески 50 гр.

$$\frac{\left( \frac{K_{cp} \cdot M}{1000} \right)}{50} \cdot 100\% = \frac{K_{cp} \cdot M}{500}, \%$$

Эта же величина, но с учётом реального отношения масс половы и зерна  $\Pi : 3$ , будет

$$П_n = \frac{K_{cp} \cdot M}{500} \left( \frac{\Pi}{3} \right), \%$$

**Пример:** При  $K_{cp} = 10 \text{ шт}$ ,  $M = 40 \text{ гр}$ ,  $\Pi : 3 = 1 : 4 = 0.25$  потери зерном в полове

$$П_n = \frac{10 \cdot 40}{500} \cdot 0.25 = 0.25 \, \%.$$

Существующий на некоторых комбайнах индикатор потерь: «очистка», и «соломотряс» информирует только об **интенсивности** потерь свободным зерном в соломе и полове, т.к. фиксирует их абсолютную величину.

Применяют косвенный метод потерь зерна с помощью контрольного обмолота. Его проводит опытный механизатор на хорошо отрегулированном комбайне в соответствии с условиями уборки. По результатам обмолота определяют контрольную урожайность. Степень расхождения фактической и контрольной урожайности характеризует качество работы комбайна.

### 1.5.2.Эксплуатационно-технологическая оценка (Э.-Т)

Агрооценка характеризует только номинальные возможности машины в идеализированных условиях.

Э.-Т. оценка проводится в значительно большем объёме и на всех видах работ, для которых предназначена машина. Фоны назначают типичные и экстремальные для зоны. На каждом фоне машина работает не менее 3-х контрольных смен. На основании этой оценки проводятся экономические расчёты и более точно оцениваются потенциальные возможности машины.

Э.-Т. оценка позволяет выяснить влияние удельных весов различных факторов на качество работы. Например, потери за жаткой комбайна зависят, в основном, от скорости движения агрегата. А потери за молотилкой зависят от подачи хлебной массы. Оба этих фактора можно привести к единому- производительности  $W, \text{га/ч}$ . Сроки уборки (длительность) оказывают большее влияние на потери за молотилкой, чем за жаткой. С увеличением высоты среза увеличиваются потери за жаткой и уменьшаются за молотилкой. Существенно влияют на потери **полёглость и пониклость стеблей**, уклон поля и засорённость. Все эти факторы надо учитывать при выборе типового и экстремального фонов.

Результаты Э.-Т. оценки дают рекомендации по выбору параметров и режимов работы машины в зависимости от условий.

До начала проведения Э.-Т. оценки машину обкатывают и регулируют в соответствии с инструкцией по эксплуатации (ГОСТ 24055-88).

Испытываемая машина и эталон работают в одинаковых условиях. В течение контрольных смен хронометраж переводят в фотографию рабочего дня. При этом заранее классифицируются виды отказов машины и типа её простоев по разным причинам.

Возможные отказы делят на 3 группы:

- 1) Залипание рабочих органов почвой;
- 2) Наматывание растений на вращающиеся рабочие органы;
- 3) Нагромождение технологической массы, которое препятствует нормальному ходу технологического процесса (неравномерный валок по толщине и т.п.)

Все эти отказы снижают производительность, приводят к затратам ручного труда, повышают потери, снижают качество техпроцесса.

Возникающие простои классифицируют на 5 групп:

1. Технологические. Они возникают из-за нарушения процесса: забивание подбарабана, сводообразование в бункере, залипание отвала почвой и т.п. Хронометражист указывает на количество простоев и их продолжительность.
2. Технические. К ним относят: очистку машины, смазку, технический уход, перевод в транспортное положение, ликвидацию поломок.
3. Организационные. Отсутствие ГСМ, семян, воды, подготовленных полей.
4. Неисправность трактора или другого привода
5. По метеоусловиям.

Основные эксплуатационно-технологические показатели:

- производительность и качество выполнения рабочей операции;
- удельный расход топлива (электроэнергии);
- количество обслуживающего персонала;
- коэффициенты, характеризующие затраты времени для рабочих ходов, технологического обслуживания машины, надёжности технологического процесса.

В состав эксплуатационного времени работы машины,  $T_{эк}$ , входит время основной работы  $T_0$ , когда выполняется технологический процесс, и время, необходимое для обеспечения этой работы:

$$T_{эк} = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + T_7 + T_8 + T_9 + T_{10},$$

где  $T_1$  - время на повороты машины в конце гона;  $T_2$  - время для технологического регулирования режимов работы (установка режущего аппарата по высоте, вынос мотовила и т.д.);  $T_3$  - время на устранение технологических отказов (очистка мотовила от намотавшихся стеблей, режущего аппарата от грязи и т.п.);  $T_4$  - время на холостые переезды внутри одного поля или с поля на поле, из бригады на поле и т.д.;  $T_5$  - время агрегатирования машины с энергосредством, перевода машины в рабочее или транспортное положение;  $T_6$  - регламентируемые затраты времени (отдых, получение наряда и т.п.);  $T_7$  - время на ежемесячное техническое обслуживание машины;  $T_8$  - время на переоборудование машины (замена одного режущего аппарата другим и т.д.);  $T_9$  - время на сезонное техническое обслуживание машины;  $T_{10}$  - время на устранение технических отказов по неисправностям.

Технологическое время

$$T_{mex} = T_0 + T_1 + T_2 + T_3.$$

Сменное время

$$T_{см} = T_{mex} + T_4 + T_5 + T_6 + T_7.$$

Эксплуатационное время

$$T_{эк} = T_{см} + T_8 + T_9 + T_{10}.$$

Эксплуатационно-технологические коэффициенты, характеризующие затраты времени:

$$\text{коэффициент рабочих ходов } K_1 = \frac{T_{он}}{T_{он} + T_1};$$

$$\text{коэффициент технологического обслуживания } K_2 = \frac{T_{он}}{T_{он} + T_2};$$

$$\text{коэффициент надёжности технологического процесса } K_3 = \frac{T_{он}}{T_{он} + T_3};$$

$$\text{коэффициент использования сменного времени } K_{см} = \frac{T_{он}}{T_{см}};$$

$$\text{коэффициент использования эксплуатационного времени } K_{эк} = \frac{T_{он}}{T_{эк}}.$$

Здесь  $T_{он}$  - время основной работы машины за нормативную продолжительность смены.

**Пример:** Определить показатели производительности валковой жатки. Данные хронометража:  $F = 47.4 \text{ га}$  – наработка жатки,  $T_0 = 16.9 \text{ ч}$ ,  $T_{mex} = 4.65 \text{ ч}$  (при 7-часовой смене),  $T_{см} = 7.15 \text{ ч}$ ,  $T_{эк} = 3.8 \text{ ч}$ .

Для этих условий:

производительность за 1 ч основного времени

$$W_0 = \frac{F}{T_0} = \frac{47.4}{16.8} = 2.82 \text{ га};$$

производительность за 1 ч сменного времени

$$W_{см} = W_0 \cdot K_{см} = 2.82 \frac{4.65}{7.15} = 1.83 \text{ за};$$

производительность за 1 ч эксплуатационного времени

$$W_{эк} = W_0 \cdot K_{эк} = 2.82 \frac{4.65}{8.6} = 1.49 \text{ за}.$$

Важнейшим показателем работы является коэффициент надежности технологического процесса  $K_3$ . Пока нет методов его прогнозирования и расчета  $K_{эк}$  базируется на сущности выполняемого техпроцесса. Из теории вероятности известно, что при последовательном выполнении техпроцесса рабочими органами общий коэффициент:

$$K_3^{общ} = \prod_{i=1}^m K_{3i},$$

где  $K_{3i}$  — коэффициенты надёжности технологического процесса отдельных рабочих органов.

**При параллельном соединении звеньев (экзотика в СХМ)**

$$K_3^{общ} = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - K_{3i}),$$

### 1.5.3. Энергетическая оценка

Эта оценка проводится одновременно с агротехнической и является единственным источником для подбора двигателя, определения усилий действующих на детали, определения к.п.д. механизмов и машины.

В зависимости от поступательного или вращательного движения требуемую мощность определяют по формулам  $N = P \cdot V$  ( $\kappa\text{H} \cdot \text{м}/\text{с} = \kappa\text{Вт}$ ) или  $N = M_{кр} \cdot \omega \left( (\kappa\text{H} \cdot \text{м}) \cdot \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \kappa\text{Вт} \right)$ . Соответственно при испытаниях замеряют: усилие  $P$ , скорости  $V$  и  $\omega$ , крутящий момент  $M_{кр}$ .

Все вышеуказанные параметры регистрируют на рабочем и холостом ходу в течение 20...30с. В результате испытаний определяют:

- эффективную мощность двигателя,  $N_e$ ;
- мощность передаваемую валом отбора мощности трактора,  $N_{вом}$ ;
- мощность гидромотора, используемого для привода рабочих органов.

Для мобильных агрегатов дополнительно определяют:

- мощность на самопередвижение энергетического средства,  $N_{II}$ ,
- мощность, необходимую для преодоления подъёма,  $N_{\delta}$ ,
- тяговую мощность при агрегатировании с прицепной машиной,  $N_T$ .

Рассчитывают эти величины по следующим формулам:

$$N_{II} = R_{II} \cdot V_p, \quad N_{\delta} = R_{\delta} \cdot V_p, \quad N_T = R_T \cdot V_p,$$

где  $R_{II}$  - сопротивление перекачиванию машины;  $R_{\delta}$  - сопротивление при подъёме машины;  $R_T$  - тяговое сопротивление со стороны прицепной машины.

Величины этих сопротивлений:

$$R_{II} = f \cdot (G + G_M + 0.75 \cdot G_r); R_{\delta} = (G + G_M + 0.75 \cdot G_r) \cdot \sin \alpha,$$

$$\text{Для пахотных работ } R'_T = K_0 \cdot b_p \cdot h \cdot (1 + a \cdot (V_p^2 - V_0^2)),$$

$$\text{Для непахотных работ } R''_T = K_0 \cdot b_p \cdot (1 + a \cdot (V_p - V_0)).$$

Здесь  $f$  - коэффициент сопротивления перекачиванию машины;  $G$ -масса энергетического средства;  $G_M$  - масса сельхозмашин;  $G_r$  - масса технологического груза (например, зёрна в бункере комбайна, стеблевой массы на платформе жатки и т.д.),  $\alpha$  - угол подъёма машины по поверхности поля;  $V_p$  - рабочая скорость, для которой рассчитывают соответствующие сопротивления или мощность;  $K_0$  - удельное сопротивление внедрения в среду (почву, стеблестой и т.д.) рабочих органов машины при скорости  $V_0$ ;  $V_0$ -скорость, для которой определялись значения  $K_0$ ;  $b_p$  - рабочая ширина захвата;  $h$  - глубина вспашки;  $a$  - коэффициент, учитывающий влияние скорости на тяговое сопротивление.

Мощность, необходимая для буксования:

$$N_{\delta} = (N_e - N_{вом}) \cdot \eta_T \cdot \left( \frac{\omega_p - \omega_x}{\omega_p} \right),$$

где  $\eta_T$  - коэффициент полезного действия механизмов, передающих крутящий момент от двигателя на ходовую часть;  $\omega_p, \omega_x$ -среднее число оборотов ведущих колёс трактора (самоходного шасси) на рабочем и холостом ходу.

Мощность, необходимая для выполнения полезной работы и преодоления механических потерь в приводе:

$$N_0 = N_i / \eta_i,$$

где  $N_i$  - величина потребной мощности на исполнительном элементе (колесе, мотовиле, гидромоторе и т.д.),

$\eta_i = \eta_u^m \cdot \eta_k^p \cdot \eta_{цепь}^k \cdot \eta_{рем}^n \cdot \eta_{подш}^L$  - коэффициент полезного действия механических передач от двигателя к исполнительному механизму;

$\eta_u = 0.93$ ,  $\eta_k = 0.97$ ,  $\eta_{цепь} = 0.93$ ,  $\eta_{рем} = 0.95$ ,  $\eta_{подш} = 0.99$  - средние значения коэффициентов полезного действия цилиндрических и конических зубчатых передач, цепной и ременной передач, подшипников качения;

$m, p, k, n, L$  - число пар соответствующих шестерен, звёздочек, шкивов, подшипников, установленных в трансмиссии.

Комплексными показателями энергетической оценки являются:

$$Q_m = \frac{N_e}{W} \text{ - удельная мощность; } K_c = \frac{R}{F} \text{ - удельное сопротивление; } K = \frac{N_e}{N_{ен}} \cdot 100\% \text{ -}$$

коэффициент загрузки двигателя.

Здесь  $W$  - производительность машины за  $1ч$  чистого времени ( $га, т, кг$ , и т.д.);  $F$  - площадь вспахиваемого пласта или ширина захвата;  $N_{ен}$  - номинальная эффективная мощность двигателя по паспортным данным.

Для регистрации энергетических параметров используют приборы для измерения:

- времени (секундомер, электрочасы);
- частоты вращения (тахограф, стробоскоп);
- линейно-угловых величин (микрометр, штангенциркуль);
- сил и крутящих моментов (тяговые тензометрические звенья, тензометрические валы и т.д.);
- крутильных колебаний и ускорений (акселерометры, креномеры и т.д.);
- давления и расходы жидкости и газа (расходомеры, манометры и т.д.);
- специальные тарировочные стенды и тензоизмерительные устройства.

Требования к измерительным приборам зависят от:

- вида показателя (усилие, скорость ветра, вибрация и т.д.);
- степени динамичности исследуемого процесса;
- внешних условий (загрязнения, удара, вибрация);
- квалификации оператора.

Наличие устройства для записи показаний прибора на ленту сильно его усложняет, требует расшифровки показаний в определённом масштабе. Стрелочные приборы не пригодны для измерения быстроменяющихся процессов. Стрелочные приборы применимы для замера статичных показателей или когда достаточно знать максимальные показатели ( $P, V$ , вибраций).

Каждый прибор состоит из:

- а) чувствительного элемента способного воспринимать перемещения или нагрузки;
- б) устройства для передачи на расстояние деформаций такого элемента;
- в) устройства фиксирующего величину деформации или перемещения чувствительного элемента.

Чувствительные элементы под действием усилий должны перемещаться или деформироваться, или изменять физико-механические свойства в том числе электропроводность или менять свою структуру. В качестве таких элементов используют пружины, тензодатчики. Для замера статического и динамического давлений используют трубку ПИТО. Для измерения скорости ветра или воздушного потока применяют чашечные или крыльчатые анемометры. Для измерений линейных перемещений, вибраций используют реохордные датчики и вибрографы. Для измерений линейных ускорений используют акселерометры. Широко применяются генераторные датчики, которые под действием температуры, давления или вращения ротора генерируют ЭДС, которая воспринимается осциллографом через усилитель.

В процессе энергетической оценки определяют центр масс машины с помощью весов, которые устанавливают под каждое колесо машины (рис. 5).

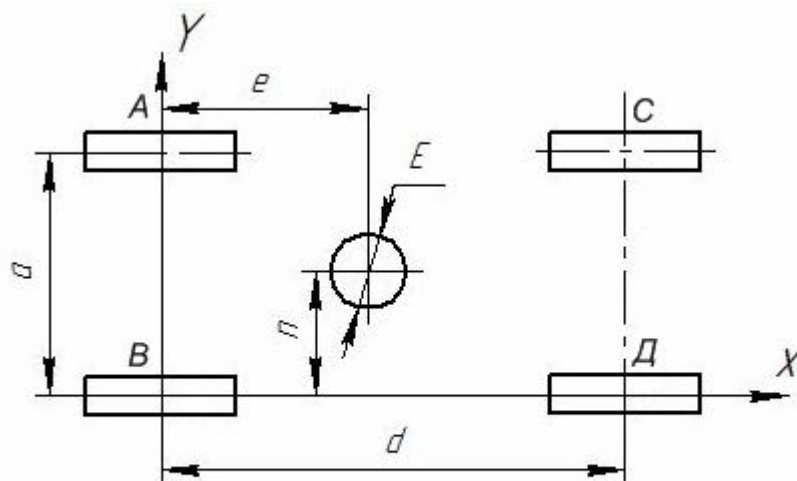


Рис.5 Схема расположения центра масс машины относительно колёс A, B, C, D.

Давления на колёса машины  $Q_A, Q_B, Q_C$  и  $Q_D$ . В точке E центр масс машины G.

$$G = Q_A + Q_B + Q_C + Q_D.$$

Составляем систему уравнений относительно осей Y, X и Z :

$$G \cdot e = (Q_C + Q_D) \cdot d; \quad G \cdot n = (Q_A + Q_C) \cdot a; \quad (Q_A + Q_B) \cdot e = (Q_C + Q_D) \cdot (d - e).$$

Решая эти 4 уравнения определим координаты «e» и «n».

#### 1.5.4. Оценка надёжности

Надёжность - это свойство объекта выполнять свои эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение наработки в соответствии с техническим заданием. Из-за низкой надёжности сельхозтехники на ее ремонт и изготовление запчастей затрачивается больше средств (в 2...4 раза), чем на выпуск основных машин.

Надёжность - комплексный показатель, который включает такие понятия как безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость.

а) Безотказность - длительность сохранения работоспособного состояния между отказами. Для невозстанавливаемых изделий понятия безотказность и долговечность совпадают.

б) Долговечность - работоспособность до предельного состояния изделия. Ее показатели:

- ресурс, то есть наработка в различных условиях в часах до предельного состояния. Гамма - процентный ( $\gamma$  %) ресурс характеризует тот факт, что к моменту капитального ремонта или списания сохраняют работоспособность  $\gamma$  % машин;

- срок службы - продолжительность эксплуатации с учетом не только работы, но и хранения, ремонта, транспортирования.

в) Ремонтпригодность - приспособленность к предупреждению, устранению отказов. Оценивается длительностью отыскания и устранения отказа.

г) Сохраняемость - поддержание эксплуатационных показателей во время хранения и транспортирования.

Перед оценкой надёжности испытатели проводят первичную техническую экспертизу. Её целью является оценка конструкции машины, определяют производственные и конструктивные недостатки и особенности машины.

Примером производственных дефектов являются:

- прожоги металла сваркой;
- неплотное соединение деталей заклепками, болтами, винтами;
- недостаточный зазор в подвижных соединениях;
- перекосы собираемых деталей (пальцы режущего аппарата);
- неисправность предохранительных устройств;
- отсутствие средств пожаротушения, средств гигиены и т.п.;
- некомплектность машины запчастями и инструментами;
- течи масла в гидросистеме;
- попадание пальцев мотвила в режущий аппарат, задевание бичей молотильного барабана за деку и т.п.;

Примеры конструктивных недостатков:

- несоответствие машины техническому заданию (большой радиус поворота, ниже устойчивость, иное распределение массы по опорам, отклонения по габаритам и массе);
- недостаточная обзорность с места водителя;
- плохая приспособленность рабочих органов к изменяющимся условиям работы (прикорневая полеглость стеблей, засоренность почвы камнями и т.п.);
- неудобство доступа к местам смазки, резьбовым соединениям;
- ненадежность тормозов;
- уплотнители в редукторах и гидросистеме не предохраняют от протекания масла;
- количество обслуживающего персонала недостаточно для перевода машины в рабочее или транспортное положение;
- габариты машины не обеспечивают безопасность проезда по дорогам;
- защитно-декоративные покрытия не соответствуют условиям работы.

Все выявленные дефекты, особенно производственные, необходимо устранить до испытаний. Первичная техническая экспертиза включает также общую оценку машины: количество деталей и процент их унификации, виды энергетических средств, с которыми может агрегатироваться новая машина, какие прежние машины она заменяет. С определением надёжности связано понятие отказа, то есть нарушения работоспособности объекта. Отказы классифицируют на внезапные (от попадания камней в рабочие органы машины и т.п.), постепенные (от износа и усталости материала). По степени сложности отказы делят на три группы.

Группа I. Отказы, устранение которых требует проведения внеочередного технического обслуживания. Причиной таких отказов может быть соскакивание или ослабление натяжения ремней, нарушение регулировки муфты сцепления, поломка сегментов, срыв резьбы на метизах и т.п. При этом возможна замена деталей, расположенных снаружи агрегата.

Группа II. Отказы, устранение которых требует раскрытия внутренних полостей основных агрегатов: коробок передач, гидрораспределителя и т.д. или регулировки механизмов, расположенных в труднодоступных местах.

Группа III. Отказы, для устранения которых необходима разборка основных агрегатов: двигателя, трансмиссий, рамы комбайна и т.д. При этом требуется замена отдельных механизмов и сборочных единиц (коробки передач, мотвила, двигателя, рамы).

При эксплуатации машины иногда возникают ситуации, когда несколько раз повторяется один и тот же отказ (например, забивание соломистой массой



молотильного барабана). В зависимости от своевременности устранения такого отказа возможны три случая его учета:

- а) причина возникновения отказа неизвестна или устранение отказа без внесения изменений в конструкцию невозможно - следует учитывать каждый отказ;
- б) причина отказа может быть устранена, но не устраняется - учитывают только первый отказ;
- в) причина отказа установлена не сразу и устранена в процессе испытаний (даже при заключительной технической экспертизе) - учитывают только первый отказ, но затраты времени и средств на отыскание и устранение причины отказа суммируют за весь период испытаний.

Отметим, что к затратам времени на отыскание и устранение отказов относят: очистку и мойку машины, доставку машины на место ремонта и обратно, разборку сборочных единиц и восстановление их работоспособности, доставку передвижных ремонтных средств, ожидание запасных частей. При одновременном устранении нескольких отказов затраты времени учитывают в человека - часах, а классификацию отказа принимают по наивысшей из групп сложностей.

При оценке надёжности обязательно определяют:

- а) наработку на 1 отказ, а также отдельно на отказ I, II и III групп сложности. Средняя наработка на отказ при испытании  $N$  изделий

$$t_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N t_i,$$

где  $m$  - число отказов по  $N$  изделиям,  $t_i$  - наработка  $i$ -го изделия между отказами.

Вероятность отказов в единицу времени  $\lambda$  (интенсивность) имеет сложный характер, который условно можно представить тремя периодами (рис.6).

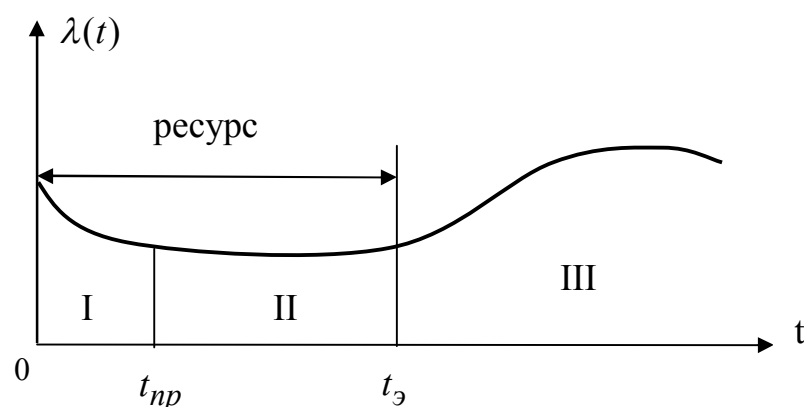


Рис. 6. Изменение интенсивности отказов

В первом интервале  $(0 - t_{np})$  происходит приработка деталей и сборочных единиц. Интенсивность отказов подчинена закону Вейбулла.

Второй интервал  $(t_{np} - t_э)$  - это период нормальной эксплуатации, интенсивность отказов имеет экспоненциальный характер. В III интервале

происходят отказы от износа, старения, усталости металла и т.п. Интенсивность отказов подчинена законам Гаусса и Вейбулла.

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = 1 - \lambda(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0},$$

где  $n(t)$  - число изделий, отказавших за время  $t$ ,  $N_0$  - число изделий в начале испытаний.

б) ресурс, то есть математическое ожидание наработки объекта до капитального ремонта или списания;

в) гамма - процентный ресурс. Этот ресурс показывает, что к моменту капитального ремонта или списания сохраняют работоспособность  $\gamma$  процентов машин. Для определения истинной величины  $\gamma$  объем выборки определяют по формуле:

$$N \geq \frac{100}{100 - \gamma_p},$$

где  $\gamma_p$  - регламентированная величина гамма - процентного ресурса.

г) коэффициент готовности машины:

$$K_G = \frac{T_O}{T_O + T_{ON}},$$

где  $T_O$  - наработка в часах основной работы,  $T_{ON}$  - суммарная продолжительность отыскания и устранения отказов, возникших за время  $T_O$ .

д) коэффициент технического использования машины

$$K_T = \frac{T_O}{T_O + T_{ON} + T_T},$$

где  $T_T$  - продолжительность технического обслуживания за время  $T_O$ .

Уровень надёжности изделия оценивают сопоставлением его фактических показателей с нормативными, но не с показателями по машине-аналогу.

Фактические показатели определяют по результатам наработки двух средних годовых норм в часах основного времени и физических единицах (га, тонны и т.д.). Иногда испытания проводятся до достижения заданной наработки или нормативного (заданного) ресурса. Для оценки надёжности в каждой зоне испытывают не менее трех машин. Уровень надёжности считают достигнутым, если гамма - процентное число испытываемых сельхозмашин работало заданный нормативный ресурс без ремонта. Допускается прогнозировать надёжность изделия по результатам испытаний ограниченной продолжительности.

Показатели надёжности определяют после приработки и устранения возникших отказов [5].

### Задача

Проводились испытания 4-х комбайнов. Нарботка по основному времени по каждому из них составила

$$T_O^{(1)} = 130 \text{ ч}, T_O^{(2)} = 100 \text{ ч}, T_O^{(3)} = 140 \text{ ч}, T_O^{(4)} = 135 \text{ ч}.$$

За это время продолжительность отыскания и устранения отказов  $T_{ON}^{(1)} = 8$  ч,  $T_{ON}^{(2)} = 5$  ч,  $T_{ON}^{(3)} = 12$  ч,  $T_{ON}^{(4)} = 10$  ч. Определить  $K_{\Gamma}$  по каждому комбайну и по их группе.

$$K_{\Gamma}^{(1)} = \frac{130}{130+8} = 0.942, \text{ аналогично } K_{\Gamma}^{(2)} = 0.965, K_{\Gamma}^{(3)} = 0.921, K_{\Gamma}^{(4)} = 0.931.$$

$$K_{\Gamma_{cp}} = \frac{130+100+140+135}{(130+8)+(100+5)+(140+12)+(135+10)} = 0.935.$$

### Задача

В группе из  $N=40$  комбайнов были установлены одинаковые клиновые ремни. Через 100 часов работы ремни отказали на 8 комбайнах, то есть  $r(t_{100}) = 8$ , через 150 часов от начала работы,

$$r(t_{150}) = 13, \text{ далее } r(t_{200}) = 20, r(t_{250}) = 27,$$

$r(t_{300}) = 32$ . При наработке от 300 до 400 часов отказов ремней не было. Определить вероятность безотказной работы ремней.

Средняя наработка на отказ

$$T = \frac{t_{400}}{r(t_{400}) - r(0)} = \frac{400}{32} = 12.5 \text{ час.}$$

Средний ресурс ремня

$$R_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}.$$

Примем допущение, что  $r(t_{400}) = 40$ , тогда

$$R_{cp} = \frac{(8 \cdot 100 + 5 \cdot 150 + 7 \cdot 200 + 7 \cdot 250 + 5 \cdot 300 + 8 \cdot 400)}{40} = 235 \text{ ч.}$$

Вероятность безотказной работы за период от  $t = 0$  до  $t = 400$  ч

$$P(0,400) = 1 - \frac{r(t_{400})}{N} = 1 - \frac{32}{40} = 0.2. \text{ Вероятность наступления отказа за это время}$$

$$F(0,400) = 1 - P(0,400) = 1 - 0.2 = 0.8.$$

Аналогично

$$P(150,200) = 1 - \frac{r(t_{200}) - r(t_{150})}{N - r(t_{150})} = 1 - \frac{20 - 13}{40 - 13} = 0.74, \text{ при } P(150,200) = 1 - 0.74 = 0.26.$$

Оценка надёжности является сравнительной с машиной - аналогом. После испытания проводят экспертизу. Её задачи:

1. Анализ причин поломок и деформаций. Чаще всего такими причинами являются самооткручивание резьбовых соединений и ослабление креплений из-за вибрации, неудачного метода предохранения от самоотвинчивания. Возможно соскакивание ремня из-за неудовлетворительной конструкции натяжного ролика. Если по какой-либо причине не сработала предохранительная муфта, то может произойти поломка детали.

2. Оценка износа отдельных деталей, вытяжки ремней и цепей. Например, износ прижима режущего аппарата за период уборки 650 га составил 0.2 мм.

3. Состояние привода систем управления и рабочих органов после сезона. Например, в режущем аппарате 6 м жатки после скашивания 420 га бобовых культур обнаружены: люфт на заклёпках 25 вкладышей пальцев, 2 сегмента сломаны, 10

сегментов имеют выкрошенные лезвия, сломан 1 палец.

4. Оценка ремонтпригодности и удобства технического обслуживания. Например, для очистки молотильного барабана, шнека и мотовила требуется специальный нож. Неудобно заменять сегменты в нижнем ноже жатки ЖРБ-4.2. Зерновой шнек легко вынимается для очистки при переходе на уборку другой культуры.

5. Оценка эффективности конструктивных изменений по сравнению с аналогом. Например, потери за вибрационным делителем жатки меньше, чем за ножевым. Некоторые изменения оказываются неэффективными:

- замена металлических панелей комбайна пластмассовыми;
- увеличение ширины захвата жатки больше 7 м без установки промежуточной опоры приводит к провисанию средней части мотовила, и оно пальцами попадает в режущий аппарат;
- сегменты с экспериментальной насечкой имеют тот же износ, что и производственные.

Методы испытаний на надёжность базируются на 3-х положениях:

- принятие гипотезы о полном восстановлении надёжности изделий после их ремонта;
- идентичность надёжностных свойств всех образцов партии;
- общность подхода к оценке показателей различных составляющих надёжности.

При длительном выпуске однородной продукции ее надёжность часто снижается по разным причинам. Поэтому служба надёжности предприятия регулярно командировывает своих инженеров к потребителям для выявления наиболее частых дефектов при эксплуатации. На основании этого контроля разрабатывают мероприятия по поддержанию качества изделий.

В процессе контроля проводят обследование машины в условиях рядовой эксплуатации и выделяют три события:

- повреждение, то есть нарушение исправности при сохранении работоспособности (деформация кожуха карданной передачи, соскакивание цепи со звездочки и т.п.);
- отказ;
- ресурс.

По этим материалам определяют: среднюю наработку на отказ, интенсивность отказов, долговечность изделия, продолжительность восстановления работоспособности, коэффициент оперативной готовности и т.д.

При обследовании сельхозмашин практически невозможно получение большой однородной выборки из-за кратковременности сезона. Поэтому достоверность результатов низкая.

Однако можно допустить минимальный объем выборки, если заранее известен закон распределения оцениваемой случайной величины. Наиболее часто встречаются: нормальный и экспоненциальный характер потока отказов. Длительность работы машины до достижения предельного состояния зависит от начальных показателей её состояния и диапазона условий, в том числе режимов эксплуатации.

Важно составить прогноз степени удалённости состояния машины от предельного и выявить причины нарушения ее работоспособности. Такие задачи решают методами диагностирования, которые позволяют определить потенциальные возможности машины в конкретных условиях.

Диагностика позволяет прогнозировать текущую надежность объекта, определять сроки проведения ремонта или техобслуживания. В перспективе будет создана автоматизированная система диагностики, которая с помощью датчиков может измерять большое число параметров машины, обрабатывать их и составлять прогноз.

Признаки, по которым можно диагностировать состояние машины:

I. Контролируются повреждения, которые могут привести к отказу. Это величины износов, деформаций, степени коррозии и т.д. Число таких признаков велико, поэтому на первых порах следует контролировать те, которые непосредственно влияют на работоспособность: состояние ножей измельчающего барабана, коррозия резервуара и т.п.

II. Контроль выходных параметров изделия, которые характеризуют работоспособность. Но это не даёт ответа на вопрос о месте и виде повреждения, ведущего к отказу. Если непосредственное измерение выходных параметров затруднительно, то контролируют косвенные признаки: изменение давления в гидросистеме, шум, вибрацию, наличие в смазке продуктов износа, температуру отдельных точек (прижимы режущего аппарата, подшипники и т.д.). Измерение косвенных признаков легко осуществимо, но у них может быть много причин, даже не связанных с работоспособностью машины.

#### **1.5.5. Экономическая оценка.**

В процессе лабораторно-полевых, хозяйственных и периодических испытаний определяют несколько критериев эффективности, то есть оценок машины. Их трудоёмкость различна. Например, при испытании плугов оценка надёжности составляет 57% трудозатрат, агрооценка 16%, оценка условий труда 9 %, эксплуатационно-технологическая - 8%, техническая экспертиза - 6%, энергооценка 6%, экономоценка - 5%. Очень редкая ситуация, когда новая машина имеет преимущества по всем показателям. Чтобы получить объективный результат, каждой оценке присваивается свой удельный вес. Для этого используют экспертный метод. В зависимости от вида испытаний определяется та или иная оценка (таблица 2).

## Назначение оценок в зависимости от вида испытаний

№ п/п	Наименование оценки	Вид испытаний		
		Приёмочные		Периодические
		Лабораторно-полевые	Хозяйственные	
1	Первичная техническая экспертиза конструкции и качества изготовления	+	-	+
2	Оценки:			
-	Агротехническая	+	-	-
-	Энергетическая	+	-	-
-	Оценка безопасности конструкции и ее соответствия санитарно-гигиеническим требованиям	+	+	+
-	Эксплуатационно-технологическая	-	+	+
-	Надёжность, в том числе заключительная экспертиза	-	+	+
-	Экономическая	-	+	+

Объединение оценок по каждой из машин возможно с помощью экономических показателей. Для их получения принимают следующую последовательность этапов.

1. Выбор типичного хозяйства для природно-климатической зоны по размерам и рельефу полей, виду обрабатываемого материала, в том числе почв.

2. Сбор информации по этому хозяйству: объемы, сроки и условия выполнения работ (норма высева семян, рабочие скорости, засорённость и т.д.).

3. Определение оптимального состава машинотракторного парка.

4. Расчёт экономической эффективности внедрения новой машины.

Для характеристики новой машины с экономической точки зрения применяют следующие показатели сравнения с машиной-аналогом:

- годовая экономия «живого» труда, необходимого для эксплуатации машины;

- высвобождение рабочей силы;

- экономия капитальных вложений;

- годовая экономия прямых эксплуатационных затрат;

- годовой экономический эффект у потребителя от эксплуатации новой машины;

- экономический эффект от производства и использования новой машины за срок её службы.

Решение о целесообразности создания и внедрения новой машины принимается при наличии экономического эффекта её применения. Как правило, экономический эффект оценивается на трёх этапах: при подготовке задания на проектирование, при включении работы в план НИР и ОКР и при подготовке

решения о постановке машины на производство. На первом и втором этапах расчёт основывается на показателях работы машин-аналогов, нормативных данных, результатах научных исследований. При постановке машины на производство расчёт экономического эффекта должен основываться на результатах использования новой машины в условиях, приближённых к реальным. База для сравнения выбирается на основании ранее полученной эксплуатационно-технологической оценки.

Расчёту экономического эффекта от внедрения новой машины в сферы изготовления и эксплуатации предшествует определение потребности хозяйства в этой машине.

Годовой экономический эффект от использования новой машины определяется по формуле:

$$\mathcal{E}_Г = [(T_B + E_H \cdot Y_B) - (T_H + E_H \cdot Y_H)] \cdot W_{ЭК} \cdot t_{Ж},$$

где  $B, H$  - индексы, относящиеся к базовой и новой машинам;  $T_B$  и  $T_H$  - полные текущие издержки по машинам в сфере их использования;  $E_H$  - нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;  $Y_B, Y_H$  - удельные капитальные затраты по машинам;  $W_{ЭК}$  - производительность за 1 час эксплуатационного времени;  $t_{Ж}$  - годовая нагрузка машины.

Годовой экономический эффект от производства и использования новой машины:

$$\mathcal{E} = \left\{ \frac{\mathcal{E}_B \cdot V_H \cdot (P_B + E_H)}{V_B \cdot (P_H + E_H)} + \left[ \frac{(I_B - I_H) - E_H \cdot (K_B + K_H)}{P_H + E_H} - \mathcal{E}_H \right] \right\} \cdot A_H,$$

где  $\mathcal{E}_B, \mathcal{E}_H$  - затраты производства на изготовление машин, приведённые к одному моменту времени;

$V_B, V_H$  - годовые объёмы работ, выполняемые машинами;

$P_B, P_H$  - доли отчислений от балансовой стоимости на полное восстановление машин;

$I_B, I_H$  - годовые эксплуатационные издержки потребителя без затрат на реновацию по обеим машинам (этот показатель обычно определяется из расчёта объёма работ, производимых с помощью новой машины);

$K_B, K_H$  - удельные капитальные затраты в производственные фонды по обеим машинам;

$A_H$  - годовой выпуск новых машин в расчётном году.

### 1.5.6. Оценка условий труда механизаторов и требований экологии

Без выполнения требований экологии, безопасности и гигиены труда никакая машина не может быть рекомендована в производство. Более того, машина не соответствующая этим требованиям снимается с испытаний.

Основные показатели безопасности и гигиены труда регламентированы стандартами. Показатели опытных образцов сравнивают с этими нормативами, а также с показателями лучших аналогов.

До приёма машины на испытания проводят её техническую экспертизу на МИС. Путём осмотра, измерений и опробований в работе определяют:

- наличие надписей по технике безопасности;
- наличие работоспособности сигнальных устройств;
- наличие защитной кабины или каркаса безопасности;
- удобство и безопасность проведения техобслуживания, в том числе доступа к маслѐнкам, которые должны быть окрашены специальной краской;
- наличие рифлѐной поверхности на площадках и лестницах для обслуживания машины;
- видимость из кабины трактора (комбайна) рабочей зоны без вращения головой;
- удобство входа на рабочее место и выхода с него. Расстояние между ступеньками лестницы 250...350 мм;
- ширина и высота агрегата должны соответствовать условиям проезда по дорогам;
- количество регулировок, которые нельзя выполнить с рабочего места;
- безопасность эксплуатации сборочных единиц, работающих под давлением или при высокой температуре;
- наличие средств пожаротушения и медицинской помощи.

По результатам первичной технической экспертизы составляют «Акт приѐмки образца» на испытания. В нём отражают внешнее состояние изделия (повреждения, коррозия и т.д.), дефекты и неисправности, выявленные при проверке. Акт утверждает Главный инженер МИС и согласовывает с инспектором труда профсоюзной организации.

Во время эксплуатационных и лабораторных испытаний оценивают следующие показатели:

- безопасность перевода в транспортное и рабочее положение и возможность такого перевода с рабочего места;
- доступность очистки забившихся рабочих органов;
- нагрузка на управляемые колѐса самоходных машин;
- уровень шума и вибрации на рабочем месте;
- содержание пыли и вредных веществ в зоне дыхания;
- силы сопротивления органов управления;
- эффективность действия тормозов и ремней безопасности;
- размер машины и её обзорность с места оператора;
- удобство рабочей позы механизатора;
- величину тормозного пути и прямолинейность движения агрегата при торможении (отсутствии заноса);
- защитные свойства кабины определяют ударами по ней маятниковым копром;
- статическую устойчивость машины определяют на стенде с поворотной платформой; Угол статической устойчивости равен углу, при котором хотя бы одно колѐсо машины отрывается от платформы;
- люфт рулевого колеса;
- безопасность обслуживающего машину персонала.

Комплексная оценка условий труда затруднена из-за большого числа параметров, иногда трудносопоставляемых. Каждый показатель сравнивают с его нормативом и оценивают весомость этого показателя. Подобный расчѐт требует специалиста высокой квалификации. Для повышения обоснованности принимаемых решений используется метод комплексной оценки, он состоит из этапов:

- Выбор базовых показателей: А,Б,В...М.



- Определение границ и фактических значений базовых показателей. Если они не имеют метрологической основы (удобство обслуживания, рабочая поза и т.д.), то принимают шкалу их количественной оценки в пределах: «удобно» - 1,0; «неудобно» - 0, «затруднительно» - 0,4 и т.д.;

- Определение коэффициентов весомости этих показателей:  $Z_i$ . Для повышения сравнимости показателей принимают:

$$\sum_{i=1}^N Z_i = 1,0 ,$$

где  $N$  - число показателей.

- Определение величины относительного показателя качества, « $K_i$ ».

Например, фактор  $A$  имеет границы  $A^{min}$  и  $A^{max}$ . Фактическая его величина  $A^{\phi}$ , тогда

$$K_A = \left( \frac{A^{\phi} - A^{min}}{A^{max} - A^{min}} \right) \cdot Z_A .$$

Если  $A^{min} = 5$ ,  $A^{max} = 30$ ,  $A^{\phi} = 15$ ,  $Z_A = 0.2$ , то

$$K_A = \frac{15 - 5}{30 - 5} \cdot 0,2 = 0,08.$$

Выход одного из показателей за границы  $A^{min}$  или  $A^{max}$  делает нецелесообразным дальнейшие расчёты.

- Определение обобщенного показателя качества

$$K_{об} = K_A + K_B + K_V + \dots + K_M.$$

Коэффициенты весомости и фактические значения базовых показателей определяют активным экспериментом или экспертным методом.

## 1.6. Критерии качества технологического процесса

Качество реализуемого с.-х. машиной процесса оценивают критериями точности, чувствительности и устойчивости.

**Точность** процесса характеризуется его соответствием агротехническим или другим требованиям. Коэффициент точности

$$K_T = \delta_T / \Delta P ,$$

где  $\delta_T$  -приемлемый допуск на результат,

$\Delta P$  -фактическое поле рассеяния результата.

Например, по ТЗ потери не срезанным колосом  $\delta_T \leq 0.3\%$ . В разных условиях уборки эти потери достигают  $\Delta P = 0.9\%$ . Следовательно,  $K_T = 0.3 / 0.9 = 0.33$ . Чем меньше  $K_T$  тем ниже качество процесса.

При Гауссовском распределении

$$K_T = \frac{\delta_T}{6 \cdot \sigma_p} ,$$

где  $\sigma_p$  - стандарт статистического распределения показателя  $\Delta P$ .

## Чувствительность процесса

$$\Delta S = \frac{\Delta Y}{\Delta X},$$

где  $\Delta X$  и  $\Delta Y$  - изменение входного фактора и выходного результата. (рис. 7.)

Примером  $\Delta X$  может быть изменение условий работы, настроек режима и т.п.

Примером  $\Delta Y$  является изменение потерь, производительности, затрат энергии, износ, засорённость основного продукта и т.п. Конструктор может быть заинтересован в увеличении или уменьшении  $\Delta S$  в зависимости от характера  $\Delta Y$ . Построение функций чувствительности имеет большое значение для выбора параметров и режимов рабочих органов.

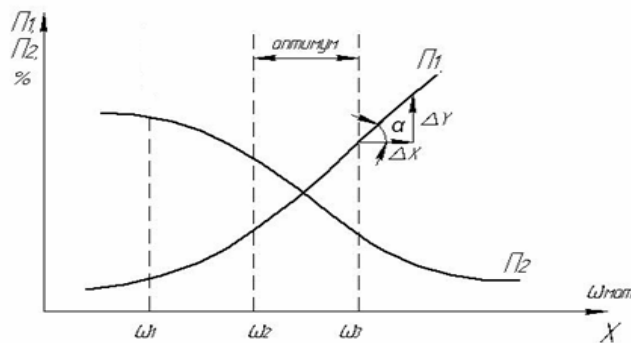


Рис. 7. Функция чувствительности применительно к потерям при работе мотопила.

$\Pi_1$  - потери от выбивания зёрен из колоса,

$\Pi_2$  - потери несрезанным колосом

$\omega$  - частота вращения мотопила.

В некоторых случаях возникает запаздывание сигнала  $\Delta Y$  по отношению к  $\Delta X$  и это осложняет определение  $\Delta S$ .

**Устойчивость (стабильность)** характеризуется способностью рабочих органов сохранять показатели процесса в заданных пределах в течение некоторого времени. Рабочие органы могут гасить изменчивость результатов при изменении условий работы. Аналогом устойчивости является инерционность.

Показателем устойчивости является коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma_p}{Y_p} \cdot 100\%,$$

где  $\sigma_p$  и  $Y_p$  - среднее квадратическое отклонение и средняя арифметическая величина изучаемого параметра.

Чем меньше  $V$  тем устойчивей рассматриваемый процесс. Другим показателем устойчивости является время переходного процесса, чем оно короче тем процесс устойчивее, стабильнее.

Устойчивость процесса существенно зависит от совершенства конструкции машины, её состояния и времени эксплуатации. При старении машины деформируются и изнашиваются её рабочие органы, увеличиваются зазоры, нарушаются регулировки, тупятся лезвия, ухудшаются энергетические показатели. Испытания должны иллюстрировать процесс потери устойчивости. (рис. 8.)

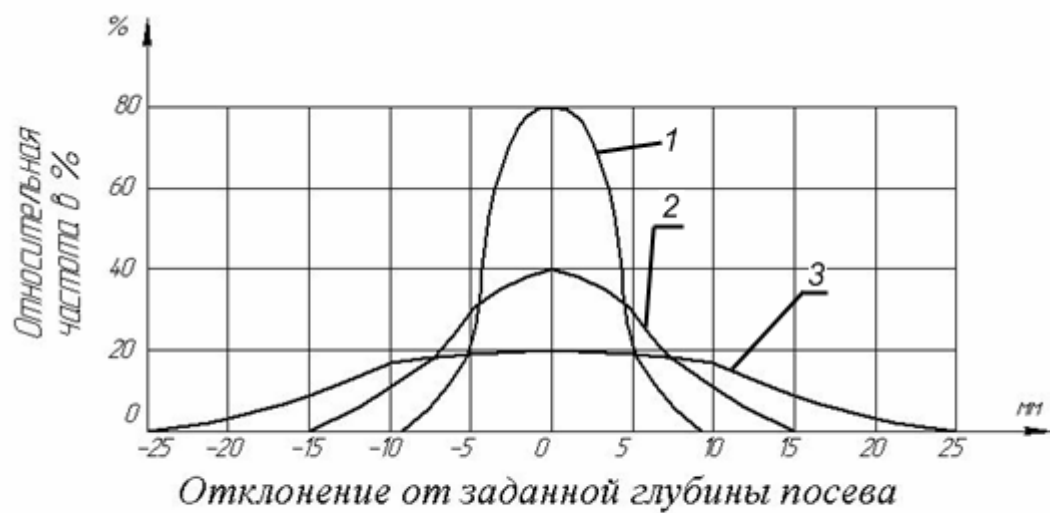


Рис. 8. Влияние старения сеялки на равномерность глубины посева

1-сеялка новая, 2-сеялка изношена и начальная точность утеряна, 3-сеялка сильно изношена.

## 2. Рациональная организация и планирование испытаний

### 2.1 Организация испытаний

Организация испытаний предполагает строгую последовательность и соблюдение определенных процедур:

1) Постановка цели испытаний. Например, оценка преимуществ жатки с новым режущим аппаратом, или зерноочистительной машины не с колебательным, а с вибрационным движением решет.

2) Априорное определение внешних факторы, которые могут существенно повлиять на результат. Примером таких факторов являются: урожайность, засоренность, влажность почвы и т.д. Классификация факторов по характеру (количественные или качественные), по величине (верхний, средний или нижний уровни). Например, состояние стеблестоя: прямостоящий, пониклый или прикорневое полегание; урожайность: 15,30,45 ц/га.

3) Выбор откликов (результатов). Например, дробление зерна, потери от просыпания, Не высоты среза стеблей.

4) Планирование испытаний для оценки влияния учитываемых факторов и усреднения влияния не учитываемых факторов. При этом должна быть полная ясность относительно необходимого объема (длительности) испытаний, количества учитываемых факторов и их уровней (2-3).

5) Проведение испытаний и получение результата в виде случайной выборки из генеральной совокупности. Статистическая обработка выборки.

6) Принятие решения по протоколу испытаний. Форма и содержание решений зависят от вида испытаний.

По результатам **приемочных** испытаний новых машин принимается одна из следующих рекомендаций:

1) Работы над машиной прекратить – значит, машина не перспективна или имеется более совершенная машина.

2) Продолжить работу по имеющемуся образцу. Рекомендация принимается, если образец допускает внесение в него конструктивных улучшений, а ранее проведенные испытания были проведены в недостаточном объеме.

3) Изготовить экспериментальные образцы (в количестве до 5 штук) Такая рекомендация принимается, если машина требует серьезной доработки и проверки.

4) Изготовить опытную партию (несколько десятков машин). Такую рекомендацию получают машины, не нуждающиеся в серьёзной доработке, но не требующие проверки в различных почвенно-климатических и хозяйственных условиях.

5) Изготовить серию машин. Эта рекомендация является этапом освоения перспективной машины. Иногда такие рекомендации даются на машины, конструктивно отработанные, но потребность в которых не превышает 100-1500 штук.

6) Рекомендовать к производству. В этом случае машины заказываются в количестве нескольких тысяч штук и выпуск рассчитывается на несколько лет.

По результатам **периодических (контрольных)** испытаний машин массового и серийного производства принимается одна из рекомендаций:

1) Сохранить в производстве. Иногда делаются добавления «Изготовить и принять новый эталонный образец после устранения выявленных недостатков».

2) Приостановить производство, если обнаружены крупные недостатки.

3) Снять с производства. Такая рекомендация применима, если:

a) имеется лучшая машина, которая ставится на производство;

b) отпала необходимость в выполнении техпроцесса, для которого машина предназначена;

c) испытываемая машина показала полную неработоспособность.

## **2.2 Планирование испытаний**

При организации и планировании испытаний вначале ставится задача или их цель, затем выясняется исходная ситуация, выявляются факторы и результат, выбирается алгоритм аналитической обработки полученной информации. Критериями для сравнения различных возможных планов испытаний могут быть: погрешность полученного результата; длительность полевых испытаний, их стоимость и т.д.

Испытания сельхозтехники имеют **экстремальный** характер, так как они направлены на поиск оптимальных условий работы или параметров машин. Для получения объективных результатов необходимо располагать достаточным объемом однородного статистического материала.

Длительность ежегодных полевых испытаний ограничена агротехническими сроками соответствующих полевых работ и составляет 10-15 дней. Для увеличения объема статистического материала на испытания представляют несколько экспериментальных образцов (1...5 шт.), а испытания проводят в разных почвенно-климатических зонах страны, иногда даже объединяют результаты испытаний за 2...3 сезона. При этом, конечно, нет гарантии как однородности качества машин в партии, так и по условиям работы, в том числе и по уровню квалификации механизаторов.

Однородность машин в партии обеспечивается однородностью применяемого материала, технологии изготовления деталей и их сборки, возникающих допусков и посадок. Кроме того, большинство стандартных методов используемых при испытаниях основывается на допущении, что представленные машины сохраняют однородность по качеству на протяжении испытаний, несмотря на возможные отказы и ремонты после поломок.

В процессе испытаний, безусловно, возникает неоднородность условий работы. Такая неоднородность может быть дискретной (уборка разных сельскохозяйственных культур, использование для очистки разных зерновых смесей и т.д.) или непрерывной (дрейф массы комбайна при заполнении бункера и т.д.). Поэтому при анализе условий испытаний необходимо учитывать характерные участки процесса: стационарное или возмущенное состояние системы, длительность таких промежутков. До опыта должны быть известны характеристики неоднородностей, чтобы правильно выбрать длительность и частоту наблюдений, метод обработки полученной информации.

Каждая из вышеназванных однородностей существенно снижает точность результата испытаний, а их выводы могут оказаться неверными. Задача испытателей состоит в определении того, является ли наблюдаемый разброс показателей случайным, т.е. присущим однородной партии и однородным условиям или это следствие грубых и систематических ошибок.

Существует значительное отличие в организации и планировании пассивных и активных испытаний. Пассивные испытания предполагают наблюдение за серийными машинами в процессе эксплуатации и сбор соответствующего материала. Активные испытания являются управляемыми т.к. проводятся с изменением факторов и даже их уровней. Проведение таких испытаний требует значительных материальных и

финансовых затрат, но обеспечивает независимость между факторами, упрощает статистическую обработку информации и анализ результатов.

Машина, как объект испытаний, является диффузионной (плохо организованной) системой, так как трудно установить влияние отдельных факторов на ее работу и надежность. Поэтому основным методом исследования является статистический, в результате которого вырабатывается модель, описывающая с той или иной степенью приближения поведения системы при воздействии на нее совокупности факторов.

В процессе проведения испытаний факторы оказываются коррелированными (взаимосвязанными). Поэтому приходится исследовать тесноту связи как между признаками и факторами, так и между факторами. Проведению такого анализа должна предшествовать проверка независимости и случайности наблюдений, проверка характера статистического распределения, проверка однородности статистических характеристик. Подробнее эти вопросы рассмотрены в разделах 3 и 4.

Выбор метода планирования зависит от числа учитываемых факторов. Если это число меньше 5 то могут быть использованы полнофакторные планы, у которых уровни каждого фактора сочетаются с уровнями остальных факторов. Если число факторов больше 5 то применяют неполнофакторные планы, в том числе дробные реплики. При отборе значимых факторов и анализе результатов испытаний применяют регрессионные полно и неполнофакторные планы, а также планы по методу случайного баланса [3,4].

Для того чтобы регрессионная модель позволила прогнозировать поведение исследуемого объекта (процесса) в разных условиях необходимо установить характер связи между исследуемыми факторами. Этот характер может быть линейным или нелинейным. В соответствии с этим планы могут быть насыщенными, когда  $f=n-m=0$ , и сверхнасыщенными при  $f<0$ . Здесь  $n$ - количество проводимых экспериментов,  $m$ - количество коэффициентов регрессии выбранной модели. Насыщенные планы учитывают влияние только линейных факторов на выходной параметр. Сверхнасыщенные (метод случайного баланса) учитывают влияние линейных факторов и их взаимодействий.

В практике испытаний возникают две группы задач:

- 1) Необходимо установить влияние изменения какого-либо фактора на

заданные характеристики качества работы: потери, производительность, равномерность заделки семян в почву и т.п. К вышеуказанным факторам можно отнести: скорость движения агрегата, квалификацию оператора, рельеф поля и т.п.

2) Необходимо установить целесообразность изменения конструкции машины, оптимизацию ее параметров.

Зависимость оптимальных параметров и регулировок машины от условий работы в общем виде

$$Y=f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

Где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – действующие факторы. Если  $n=2$ , то исследуемая функция оказывается в 3-х мерном пространстве. При  $n \geq 3$  функция отклика может быть представлена гиперповерхностью в  $(n+1)$  мерном пространстве. Изучение этой поверхности и поиск ее оптимальных значений является **сущностью метода планирования испытаний**. Решение этой задачи возможно при последовательном (шаговом) изучении гиперповерхности и аналогичен итерационному методу.

Такой подход можно представить как маршрут по которому движется исследователь с завязанными глазами из некоторой исходной точки в область экстремума (вершины или впадины). Методы достижения оптимума отличаются длительностью маршрута.

Методы планирования поиска оптимума опираются на две гипотезы:

- поверхность отклика является непрерывной;
- на поверхности имеется только один экстремум.

Идеальная стратегия поиска оптимума критерия эффективности предусматривает вначале поиск направления движения к области оптимума, а затем большой серией опытов изучается эта область. Выбирается новое направление движения и т.д. Однако, такая форма активного эксперимента трудно реализуется в поле, так как нет возможности управлять большинством факторов: влажностью и твердостью почвы, полеглостью стеблей, соотношением зерно-солома и т.д. кроме того, возникает множество неучтенных факторов, временный дрейф учитываемых факторов. Могут появляться новые факторы как результат взаимодействия других факторов разных уровней, например, высокая влажность почвы при большой скорости жатки может привести к забрасыванию валка комьями земли.



Для снижения влияния систематических ошибок на истинный результат, усреднения эффектов от не учитываемых факторов, уменьшения влияния дрейфа учитываемых факторов проводят **рандомизацию** опытов.

Вначале устанавливают число контролируемых факторов и число их уровней (обычно 2...3). Затем записывают все опыты и их возможные повторности по характерным факторам. Например:

**Опыт №1:**  $X_1^{\max}, X_2^{\max}, X_3^{\max} \rightarrow Y_1$

**Опыт №2:**  $X_1^{\min}, X_2^{\min}, X_3^{\min} \rightarrow Y_2$  и т.д.

Здесь  $Y_1, Y_2$  - результат эксперимента. Используя таблицу случайных чисел, проводят рандомизацию опытов по их временной последовательности. Например, при испытании зерноуборочного комбайна по плану  $2^3$  (два уровня, три фактора) = 8 из-за длительности эксперимента план разделяют на два блока  $2^2 + 2^2 = 8$ , которые выполняют до и после обеда (табл.3). Последовательность опытов устанавливаем, используя таблицу случайных чисел.

Таблица 3

Схема планирования полевых испытаний

№ эксперимента	Условия опыта			Результат	№	Условия опыта			Результат
	$X_1$	$X_2$	$X_3$			$X_1$	$X_2$	$X_3$	
3	+	-	+	$Y_6$	4	-	+	+	$Y_4$
6	-	-	-	$Y_8$	2	-	-	+	$Y_2$
8	-	+	-	$Y_1$	5	+	+	-	$Y_5$
1	+	+	+	$Y_3$	7	+	-	-	$Y_7$

Если условия проведения испытаний характеризуются одним фактором (тип машины, рабочая скорость и т.п.) на нескольких уровнях, то процедуру испытаний планируют, используя «Латинский квадрат». Например, для четырех уровней A,B,C,D одного фактора план имеет следующий вид (табл.4):

Таблица 4

Пример использования “латинского квадрата”

№ опыта	Взаимодействие факторов			
1	D	B	C	A
2	A	C	D	B
3	B	D	A	C
4	C	A	B	D

Для исключения влияния неоднородностей на среднестатистические показатели процесса один уровень фактора должен встречаться только один раз в каждой строке или столбце.

Планирование испытаний и обработка их результатов сильно усложняются, если одновременно испытываются несколько одинаковых машин.

Исходными данными для определения объёма испытаний (число объектов или повторностей опыта) являются следующие статистические характеристики: предельная относительная ошибка  $\varepsilon$ , доверительная вероятность интервальной оценки  $\beta$ , коэффициент вариации  $\nu$ ; а при использовании параметрического метода ещё и вид закона распределения.

### 2.3. Методы ускоренных испытаний

Срок сезонной эксплуатации полевых сельскохозяйственных машин 120... 160 ч., а общий срок их службы 1500-2000 ч. Реализовать на испытаниях такой большой период работы невозможно даже за 2...3 сезона. Кроме того, возникает необходимость в сравнительных испытаниях деталей или С.Е. одинакового функционального назначения, но отличающихся конструкцией, материалом или технологией изготовления деталей. И эта потребность возникает уже при проектировании. Необходимо получать достоверные результаты за короткое время, причём характер нагруженности должен быть близок к реальному. Такие ускоренные испытания проводят как для полнокомплектных машин, так и для С.Е. и деталей. Существуют несколько направлений «форсирования» сроков испытаний:

1. **Идеальное моделирование** действительных условий испытаний, но это возможно в редких случаях. Невозможно, например, в межсезонье смоделировать условия работы косилки.

2. Уплотнение рабочего времени за счет сокращения простоев, холостых ходов, переброски машин из южных регионов в северные.

3. Часть нагрузки осуществляется в нормальных полевых условиях, при этом определяют основные показатели работы машины. Оставшаяся загрузка реализуется с помощью имитаторов или на стендах. Для режущего аппарата жатки в качестве имитатора используют скашивание стерни; для очисток комбайнов - полимерные гранулы разных размеров и т.д. При стендовых испытаниях проверяется не вся машина, а отдельные С.Е. Подвергаются оценке такие показатели, как качество обмолота, равномерность распределения семян сеялкой, надёжность.

4. Применение **метода экстраполяции** (разновидность прогнозирования). Например, при зазоре между лезвиями режущего аппарата  $\delta=0,5$  мм не возникают потери не срезанным колосом; при  $\delta=1$  мм эти потери составляют 0,1%. Можно предположить, что при  $\delta=1,5$  мм потери будут равны 0,15%. Сокращения продолжительности испытаний можно достичь ужесточением режимов и условий работы. Такое ужесточение эффективно применять при испытаниях деталей, подвергающихся в эксплуатации кратковременной или периодической нагрузке (гидроцилиндры подъёма жатки, пальцы мотовила и т.д.).

Применяя повышенные нагрузки, следует обязательно обеспечивать нормальную смазку трущихся поверхностей. Иначе может возникнуть интенсивный износ или заклинивание (задиры) взаимодействующих поверхностей. Большинство

отказов связано с циклической усталостью при напряжениях, не превышающих предел упругости ( $\sigma_B > \sigma_T > \sigma_{-1} > \tau_{-1}$ ) из-за потери пластичности. Механизм таких разрушений: накопление рассеянных напряжений в наиболее слабых или наиболее напряженных зернах металла. Совокупность таких зерен образует зародыш усталостных трещин, которые становятся концентраторами и растут, превращаясь в трещины. Поэтому применение метода ужесточения испытаний нецелесообразно при испытаниях на усталость и выносливость (например, зубчатых передач).

В некоторых случаях эффективно ужесточение условий эксплуатации. Например, для оценки стойкости гильз цилиндров двигателя внутреннего сгорания против кавитации, искусственно увеличивают зазор между поршнем и гильзой до 0,3...0,35 мм.

Чем больше приходится интенсифицировать нагрузки и ужесточать условия эксплуатации, тем внимательнее следует относиться к обеспечению качественной и количественной сопоставимости результатов ускоренных испытаний и результатов эксплуатации.

Необходимо воспроизводить физическую картину отказа, возникающего при реальной эксплуатации. Под физической картиной отказа понимают: вид отказа (внезапная поломка от усталости и т.п.), место возникновения отказа, форма изношенной поверхности, вид излома и т.п. К сожалению, при ускоренных испытаниях степень интенсификации отказов оказывается различной для разных деталей.

Одновременно следует учитывать особенности эксплуатации машины, иначе ценность проведенных работ окажется низкой. Например, ранее пытались оценивать надёжность пусковых двигателей при помощи непрерывных 100 часовых стендовых испытаний в режиме полной мощности. Двигатели хорошо выдерживали испытания, но при эксплуатации не обеспечивали нормальной работы трактора даже в течение одного сезона. А за сезон пусковой двигатель используется не более 25-40 часов, но при этом работает все время на режиме запуска.

Испытания по оценке надёжности необходимо планировать в такой последовательности: деталь, сборочная единица, машина. Такая схема позволяет контролировать качество изготовления, выбранный материал, проверить эффективность конструктивно-технологических мероприятий, выявлять элементы лимитирующие надёжность машины.

Наиболее достоверную информацию по надёжности дают испытания полнокомплектных машин в реальных условиях. В этом случае машина воспринимает нагрузки не только от внешней среды (рельеф поля, выполнение Т.П.), но и от внутреннего взаимодействия агрегата (вибрация от неуравновешенных сил инерции, крутильные колебания и т.д.). Искусственная имитация искажает реальный процесс нагружения.

## **2.4. Схемы стендов для ресурсных испытаний**

Стендовые ресурсные испытания проводятся с целью оценки соответствия объекта техническому заданию и для разработки обоснованных рекомендаций по доводке конструкций до требуемого показателя качества. Элементы машины подлежащие этим испытаниям могут представлять детали, сборочные единицы и реже полнокомплектные машины. Отметим, что при испытании деталей или сборочные единицы вне агрегата невозможно учесть погрешности возникшие при сборке,

взаимодействие этих отдельных элементов при выполнении целостного технологического процесса, оценить надежность всей машины.

В отрасли сельхозмашиностроения стендовые испытания являются основным способом оценки надежности, в том числе и определения **ресурса**, т.е. запаса наработки объекта от начала его эксплуатации до перехода в предельное состояние.

Отличительной особенностью стендов является:

- возможность регулирования темпа нагружения (нормальный или фиксированный);
- вид объекта испытаний (привод режущего аппарата, цепная передача, механизм копирования рельефа и т.д.);
- вид возникающих разрушений (износ, коррозия, потеря устойчивости и т.д.);
- характер изменения во времени воспроизводимых нагрузок (эксплуатационный режим; блоки нагружений, состоящие из ударных, максимальных, периодических и т.д.). Нагрузки должны регулироваться по частоте и амплитуде.

Стенд должен воспроизводить напряжённые состояния, адекватные эксплуатационным. В связи с этим наиболее интересным в стендах являются конструкции возбудителя нагрузок (рис. 9,10,11,) [6].

При выборе схемы нагружения учитывают сведения, полученные в реальных условиях тензометрирования. Тензометрирование проводят во всех зонах на типовых агрофонах. Записанный осциллографом процесс нагруженности конструкции статистически обрабатывают. Схема нагружения задается в виде отдельных блоков. Для этого реальный процесс заменяется идеализированным, который по уровню возникновения повреждений, накапливаемых в детали, должен быть эквивалентным реальному.

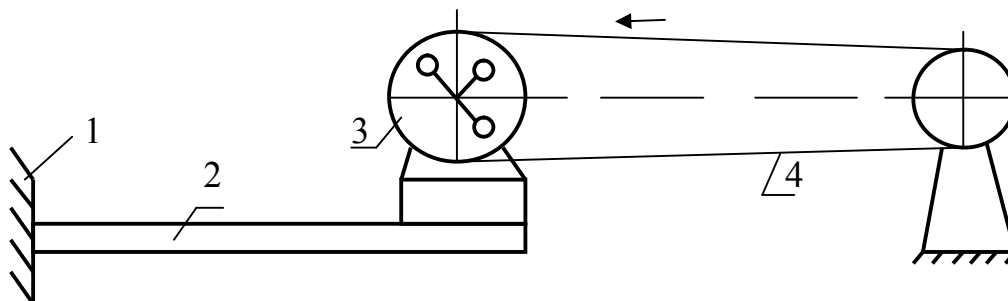


Рис. 9. Инерционный силовозбудитель с неуравновешенной вращающейся массой.  
1-вращающийся диск(барабан), 2-балка(объект испытания), 3-опора, 4-привод.

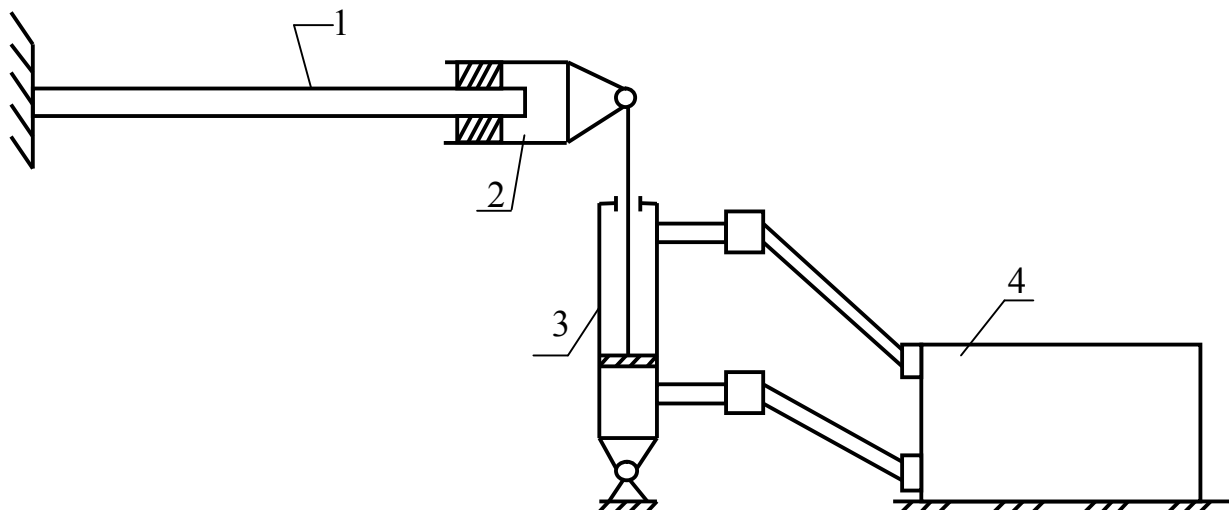


Рис. 10. Гидропульсационный возбuditель  
1-балка(объект испытаний), 2-зажим, 3-гидроцилиндр, 4-пульсационная установка.

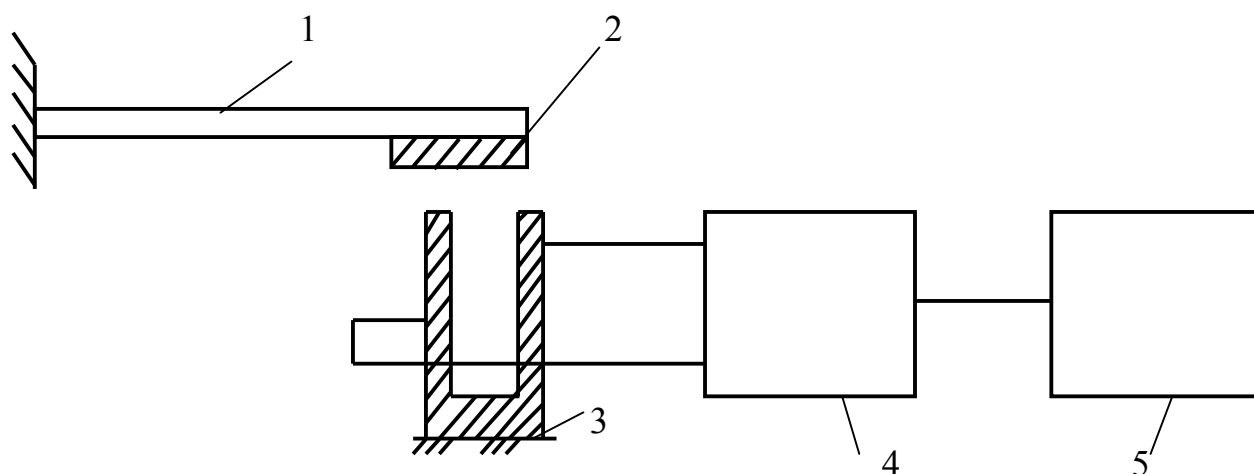


Рис. 11. Электромагнитный возбuditель  
1-балка(объект испытаний), 2-ярмо, 3-катушка сердечника, 4-блок управления, 5-блок питания.

По назначению стенды используются для испытания несущих конструкций, приводов, рабочих органов и полнокомплектных сельхозмашин.

Примером несущих конструкций является остов рамы молотилки, ведущий мост комбайна, корпус жатки, балка управляемого моста комбайна и т.д. По принципу нагружения стенды для испытаний несущих конструкций делятся на два типа: с замкнутым или разомкнутым контуром.

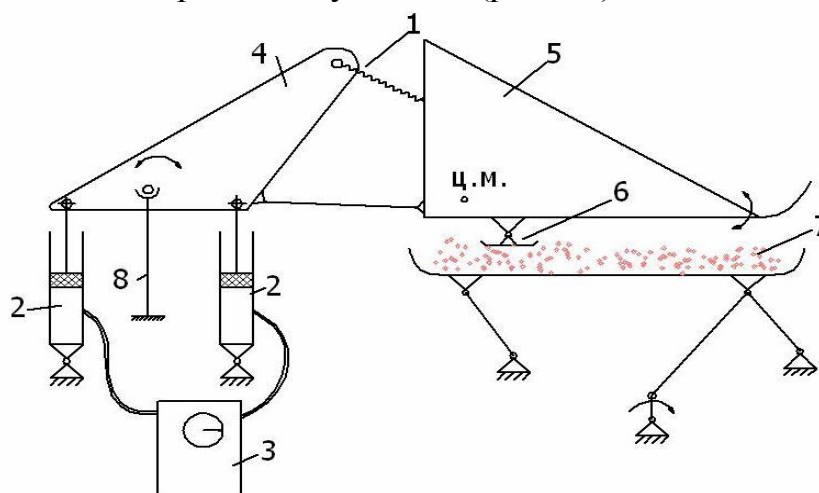
В стендах первого типа имеются силовыагружатели. Например, в стенде для испытаний корпуса колес комбайна имеются специальные гидроцилиндры, подключаемые к гидропульсационной установке. Они создают гармонические колебания, амплитуда которых изменяется по заданному закону. Во избежание резонанса собственные частоты колебаний конструкции не совпадают с частотами от силовыагружателя.

Управление гидропульсационной установкой осуществляется вращающимися программируемыми барабанами. На каждый барабан наносится криволинейная дорожка, соответствующая реальному параметру нагружения колес.

Промежуточными реле кривизна дорожки трансформируется в управление силовозбудителем. Частота нагружений зависит от скорости вращения барабана. Программное нагружение конструкции продолжается до появления отказа, то есть до появления усталостной трещины 20-30 мм длины.

Коэффициент ускорения испытаний - 12-20 раз по сравнению с реальными условиями. Десятилетний ресурс несущей системы достигается в течение 6-8 суток. Коэффициент ускорения работы стендов с замкнутым силовым контуром можно повысить в 60...70 раз, если исключить те амплитуды нагружения (нагрузки), вклад которых в процесс накопления усталостных повреждений несущественен, то есть меньше  $(0,4...0,5)a_{\max}$ , погрешность  $\sim 5\%$ .

Стенд с разомкнутым силовым контуром - это система, в которой объект испытаний нагружается только собственными инерционными силами. Силовынагружатели только возбуждают колебания объекта. Применительно к жатке силовынагружатели создают только ее колебания. Диссипативное сопротивление контура поглощает часть энергии возбуждения (рис.12.).



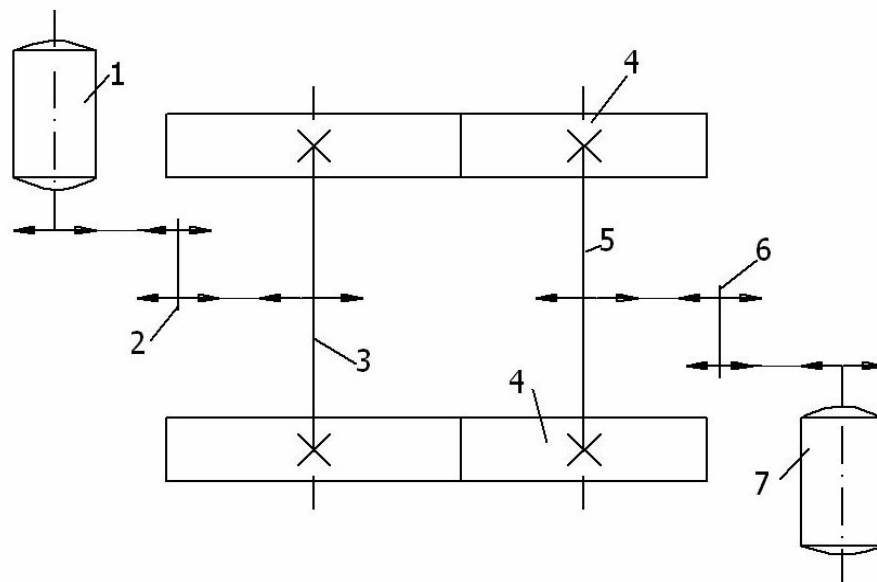
*Рис.12. Стенд для испытания корпуса жатки*

*1-пружина; 2-гидравлические нагружатели; 3-гидропульсатор;*

*4-наклонная камера; 5-корпус жатки; 6-опорные башмаки;*

*7-имитатор рельефа почвы; 8- опора.*

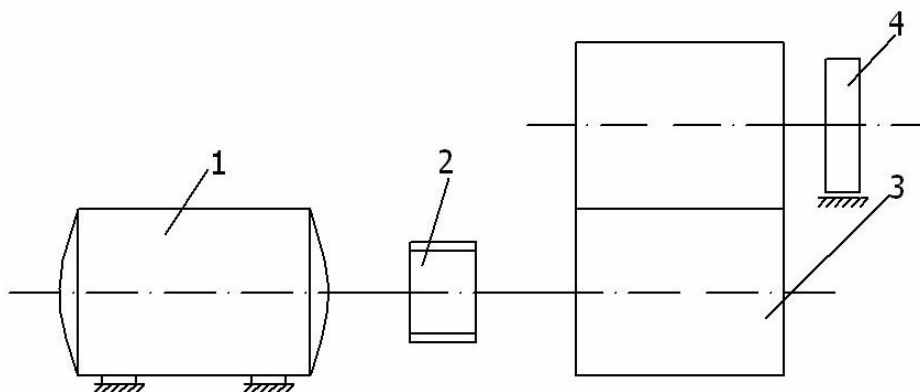
Стенды для испытания приводов могут иметь поток мощности транзитом или нагружаться паразитной мощностью. В первом случае крутящий момент передается от двигателя через испытываемую систему передач и воспринимается генератором (рис.13.) с рекуперацией (возвращением) энергии.



*Рис.13. Стенд для испытания привода ходовой части  
1-электродвигатель; 2 и 6 – контрприводы; 3 и 5-мосты ведущих колес;  
4-зубчатые передачи; 7-генератор*

При такой схеме трудно создать требуемую нагрузку, а потери энергии достигают 70%. Генератор играет роль тормозного устройства.

Во втором случае в качестве нагрузателей используют электрические, гидравлические или механические тормоза в зависимости от объекта испытания (шестерни, цепи, ремни и т.п.). Паразитная мощность поглощается упругой деформацией валов, силами трения, проскальзыванием ремней и т.д. (рис.14.).



*Рис.14. Стенд для испытания редуктора  
1-электродвигатель; 2-муфта; 3-редуктор; 4-тормоз*

В стенде для испытания цепных передач закрутка валов происходит за счет усилия  $P$  напряжения ремней (рис.15.). Система все время находится в напряжении.

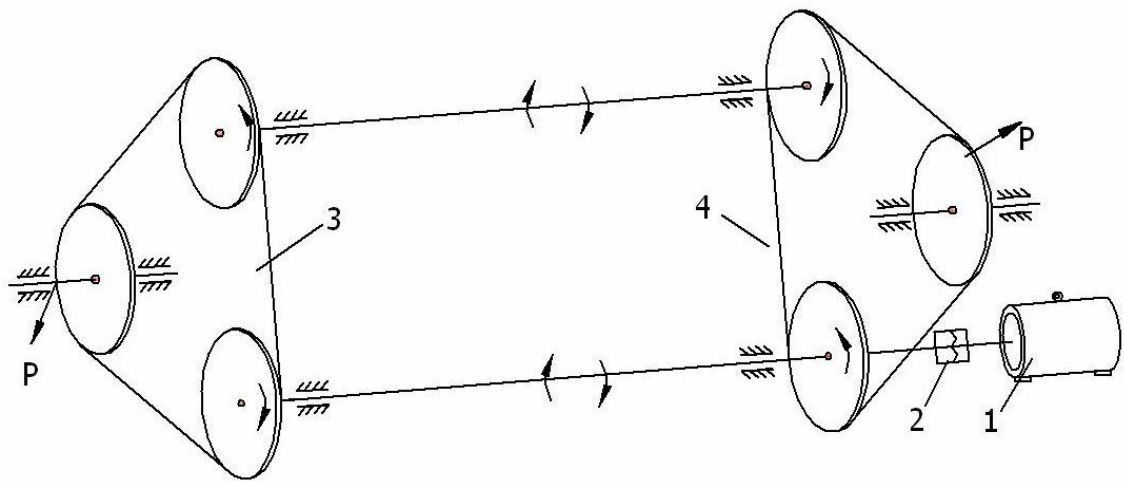


Рис.15. Стенд для испытания цепных передач.  
1-электродвигатель; 2-муфта; 3 и 4-контуры цепных передач.

На каждом из валов звездочки стремятся повернуться в разные стороны и скручивают валы. Момент  $M_{кр}$  зависит от изменения  $P$ . Система громоздкая, имеет ограниченное применение.

Для испытания клиновых ремней на долговечность используется стенд, работающий по принципу ленточного тормоза (рис.16.).

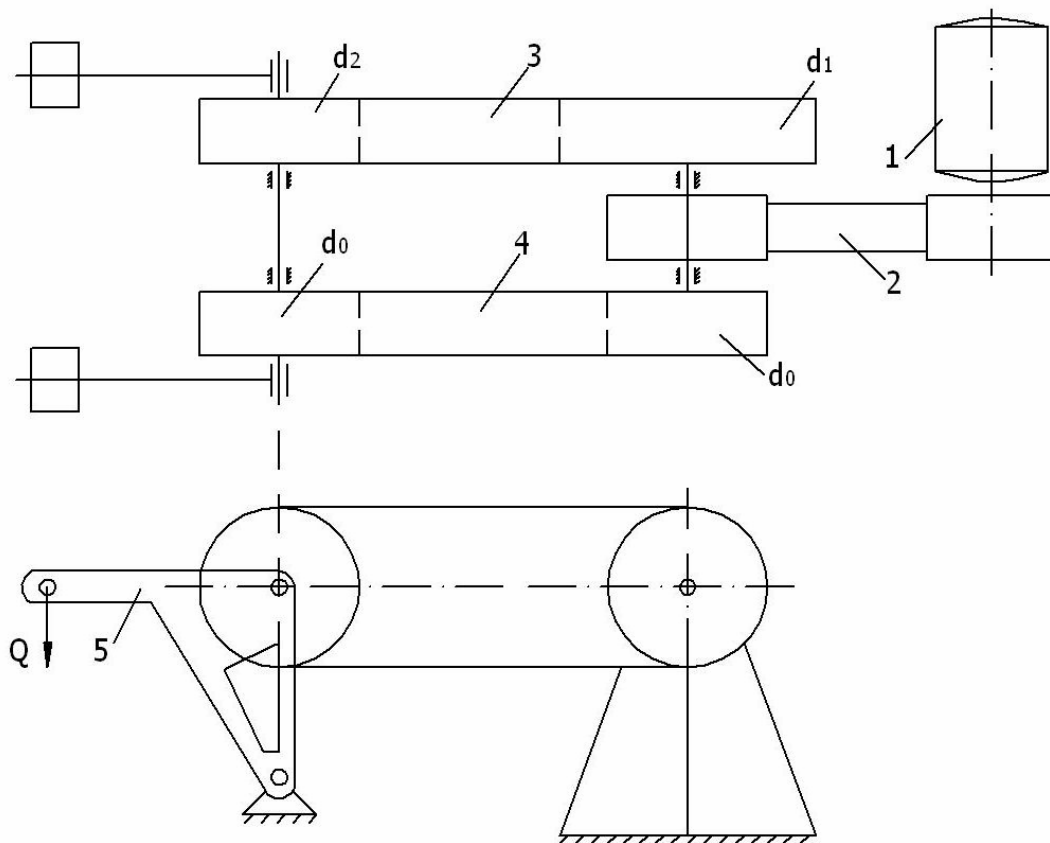


Рис.16. Стенд для испытаний клиновых ремней.  
1-электродвигатель; 2-центральная передача; 3 и 4-испытываемые ремни; 5-натяжное устройство с грузом.

В передаче 4 диаметры шкивов одинаковы. Во вспомогательной передаче 3-разные, так как  $d_2 > d_1$ . Предварительное натяжение ремней осуществляется за счет



груза Q. Передача 3 создает нагрузку на систему и является ленточным тормозом, но с движущейся лентой.

Стенды с замкнутым контуром нагружения просты в устройстве и регулировке, но энергоемки особенно при длительных испытаниях. Широко распространены стенды для испытания рабочих органов сельхозмашин. Они отличаются большим разнообразием по своему назначению и используют для оценки износа лезвий сегментов, определения подачи режущего аппарата, пропускной способности молотилки, оценки работы элементов очистки и сортировки зерна и т.д. Общим для этих стендов является использование заменителей реального технического материала: земля в почвенном канале, стеблевой материал и зерно, собранные задолго до стендовых испытаний. Иногда вместо соломы и зерна комбайн загружается отходами кожевенного производства (обрезь резины и кожи) и капроновой крошкой.

Целью ресурсных испытаний является не только поиск слабых мест и оценка реального уровня надежности машины. Желателен и другой подход: снижение надежности отдельных элементов машины до заданного уровня за счет уменьшения материалоемкости и трудоемкости, упрощения подготовки производства. Например, в 1970 году был создан и проверен в полевых условиях новый скоростной режущий аппарат для жаток. Однако другие рабочие органы жаток не могли работать на скорости 12-14 км/ч, поэтому на существующих жатках этот аппарат пока не применяют.

### **3. Предварительная статистическая обработка результатов испытаний**

Реальное поле рассеяния результатов испытаний, т.е. разница между максимальной и минимальной величиной контролируемого признака, зависят от размера выборки, однородности условий испытаний и ошибки (систематической, случайной или промаха). Для оптимизации этого поля необходимо:

- исключить сомнительные результаты;
- оценить стационарность выборки;
- определить характер полученного статического распределения;
- определить достаточность объема выборки из генеральной совокупности.

**Выборка**- это случайно отобранные объекты из генеральной совокупности. Повторной называют выборку при которой отобранный объект (перед отбором следующего) возвращается в генеральную совокупность. При бесповторной выборке отобранный объект не возвращается в генеральную совокупность. При испытаниях используют бесповторную выборку.

Чтобы правильно представлять генеральную совокупность выборка должна быть **репрезентативной** (представительной).

При этом возможна корректировка испытаний, так как могут решаться две задачи:

- увеличением числа замеров уменьшить погрешность результата до заданной величины;
- ориентируясь на проведенное число замеров оценить их точность.

#### **3.1. Точность оценок случайных величин**

При многократных замерах любых показателей работы машины в полевых условиях возникает значительный разброс результатов. Эта особенность неизбежна

даже при сравнительно одинаковых условиях. Объективными и субъективными причинами такой ситуации является возникновение грубых, систематических и случайных ошибок.

Грубые ошибки (промахи) являются результатом небрежности или низкой квалификации лица, производящего измерения. Чтобы не допускать таких ошибок, необходимо тщательно разрабатывать и осуществлять методику проведения эксперимента. Часто грубые ошибки возникают из-за того, что измерительная аппаратура своевременно не проверяется, устанавливается не по месту, не учитывается смещение указателя с нулевой отметки и т.д.

Систематические ошибки возникают по причинам, которые заранее можно предвидеть и определить их численное влияние на результат. Причиной этих ошибок являются факторы, действующие одинаковым образом при многократном повторении одинаковых измерений. Величина систематической ошибки зависит от несовершенства измерительных приборов (часы без секундомера, инерционность системы), температуры и влажности окружающей среды, износа поверхностей рабочих органов и пр.

Случайные ошибки вызывают разнообразные заранее неизвестные причины. Они не подчиняются видимой закономерности так как возникают под воздействием многих факторов, среди которых нет доминирующего. Это могут быть колебания твердости обрабатываемой почвы, изменение влажности или степени засоренности хлебостоя и т.д.

Аппарат математической статистики применим, если на истинные результаты накладываются только случайные ошибки.

Поэтому при подготовке и проведении испытаний нельзя допускать грубых ошибок. Если случайные и систематические ошибки накладываются друг на друга, то образующуюся суммарную ошибку нельзя определить теоретическим путем. Систематические ошибки должны быть минимизированы.

Испытатель обязан знать точность, с которой были получены результаты, иначе его выводы будут ошибочными. Например, если при сравнительных испытаниях разница в потерях зерном за двумя комбайнами составила 0,35 %, а ошибка опыта-0,5%, то в этом случае недопустимо делать вывод о преимуществе одного из комбайнов.

Для снижения влияния случайной ошибки на конечный результат выборка должна быть репрезентативной (представительной) по отношению к генеральной совокупности, а последовательность опытов должна быть рандомизирована.

Условия и результаты, полученные при испытаниях, необходимо записывать немедленно, без какой-либо обработки, но с указанием даты. Это связано с тем, что даже при элементарных расчетах в полевых условиях можно сделать ошибку. Полученные результаты обобщают и оформляют в виде таблиц или графиков (рис.17.). Результат эксперимента над случайной величиной всегда случаен. Числовые статические характеристики случайной величины могут отличаться от истинных значений. В связи с этим такие характеристики называют «оценки», подчеркивая возможность их несовпадения с истинными значениями.

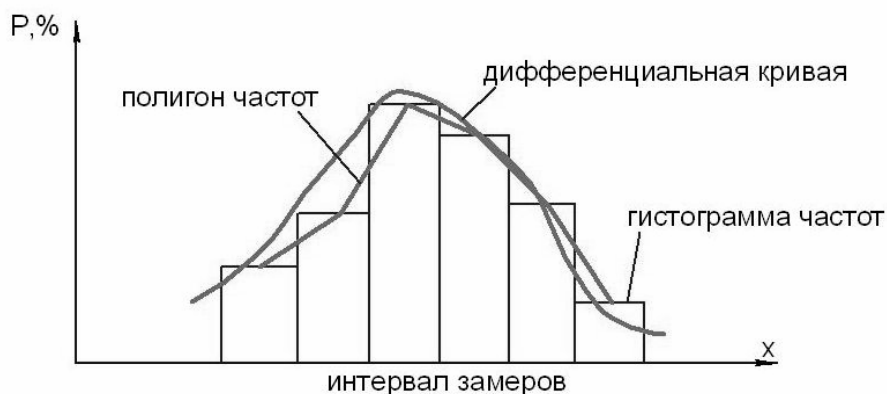


Рис.17. Способы графического изображений результатов испытаний

В процессе обработки опытного материала возникают ошибки «округления» числовых величин, ошибки «усечения» вызванные конечной аппроксимацией бесконечного процесса, а также **ошибочный выбор теоретического закона распределения**. В зависимости от условий формирования массива он может быть представлен законами Гаусса, Пуассона, Вейбулла и т.д.

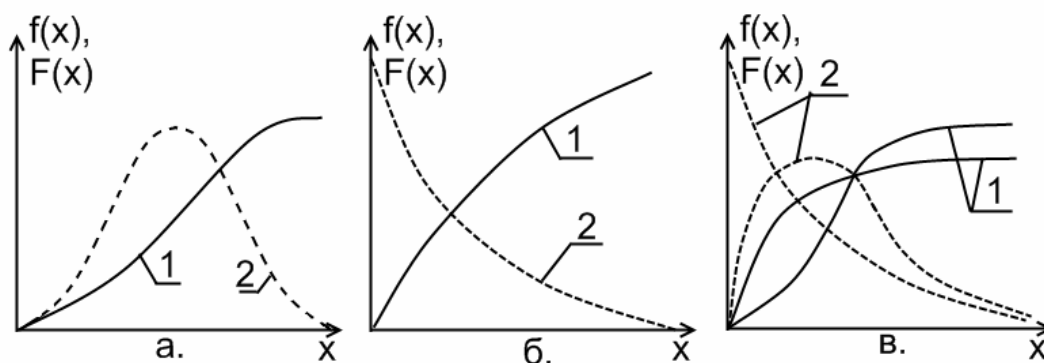


Рис 18. Графики функций  $F(x)$  (поз.1) и  $f(x)$  (поз.2) для нормального (а), экспоненциального (б) и распределения Вейбулла (в).

Эти законы выражают связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями.

Соответствующие этим законам непрерывные случайные величины характеризуются интегральной функцией распределения  $F(x)$  и плотностью вероятности  $f(x)$ , которая является производной от  $F(x)$ . Эти функции являются равнозначными способами описания законов распределения, хотя и отличаются специфическими особенностями.

Функция  $F(x)$  позволяет непосредственно отсчитывать значения вероятностей попадания случайной величины в заданный интервал. Однако монотонность  $F(x)$  скрадывает специфические черты различных законов распределения.

Функция  $f(x)$ , особенно заданная в виде графика, более ярко отображает эти черты (расположение области возможных значений на оси  $X$  (см. рис. 18), наличие и расположение наиболее вероятных значений, степень рассеяния случайных величин, эксцесс и т.п.). В связи с этим она наиболее удобна для наглядного представления свойств случайных величин.

Функции  $F(x)$  и  $f(x)$  исчерпывающе описывают законы распределения случайных величин, но из-за своей громоздкости не всегда удобны для практического использования. В инженерной практике применяют числовые характеристики случайных величин. Они отражают какое-либо одно свойство закона распределения (например, наиболее вероятное значение или симметрию и т.д.).

Способы измерений бывают прямые и косвенные. Примеры прямого измерения: путь  $S$ , время  $T$  и т.д.

Пример косвенного измерения: скорость машины  $V = \frac{S}{T}$ .

Возникающие ошибки могут быть абсолютными  $\Delta x_i$ , или относительными  $\frac{\Delta x_i}{x_i}$ .

Величина ошибки возникающей при косвенном измерении зависит от характера функции. При суммировании или вычитании случайных величин  $x_1$  и  $x_2$  максимальная ошибка суммы или разности равна  $(\Delta x_1 + \Delta x_2)$ , а относительная ошибка соответственно  $\frac{(\Delta x_1 + \Delta x_2)}{(x_1 + x_2)}$  или  $\frac{(\Delta x_1 + \Delta x_2)}{[x_1 - x_2]}$ .

При умножении или делении этих же случайных величин максимальная абсолютная ошибка равна  $(x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1)$ ; а относительная ошибка равна сумме относительных ошибок этих величин, т.е.  $(\Delta x_1 / x_1 + \Delta x_2 / x_2)$ .

Ошибка  $n$ -й степени какого-либо основания в  $n$  раз больше относительной ошибки основания.

Например: сменная производительность агрегата:

$$W_{CM} = 0.1B \cdot V \cdot T_0 = 0.1B \cdot \frac{S}{T_S} \cdot T_0,$$

где  $B$  и  $V$  - ширина захвата и скорость агрегата,

$T_0$  - чистое рабочее время за смену,

$S$  и  $T_S$  - путь и время, замеренные при определенной скорости агрегата.

Предельная относительная ошибка при определении  $W_{CM}$  равна:

$$\frac{\Delta K(W_{CM})}{W_{CM}} = \pm \left( \frac{\Delta K(B)}{B} + \frac{\Delta K(S)}{S} + \frac{\Delta K(T_S)}{T_S} + \frac{\Delta K(T_0)}{T_0} \right).$$

Ориентируясь на паспортные данные примененной аппаратуры получим:

$$\frac{\Delta K(W_{CM})}{W_{CM}} = \pm (0.25 + 0.25 + 0.55 + 0.85) = \pm 1.9\%.$$

### 3.2. Исключение сомнительных результатов

В полевых условиях количество замеров зависит от их трудоёмкости и длительности. Например, 40...50 замеров высоты стерни равноценны 1...3 замерам потерь за валковой жаткой. Для определения средней глубины пахоты с точностью 1% необходимо 190 замеров, а с точностью 2% - 50 замеров. Однако, в производственных условиях агротехнический допуск на глубину обработки 5...7% и тогда достаточно 15...20 замеров. Среди этих замеров не должно быть ошибочных и даже сомнительных.

Причиной появления результатов нехарактерных для изучаемого процесса являются «промахи» или влияние неуставленных факторов.

Для исключения таких результатов применяют параметрические и непараметрические методы. Параметрические методы (Стьюдента, Фишера и др.) строятся на основе параметров  $\bar{x}$  и  $\tilde{\sigma}$  выборки и обладают сильной «разрешающей» способностью.

Если выборка соответствует нормальному распределению используют параметрический метод основанный на использовании **предельного поля рассеяния**. В соответствии с этим условием, если  $|\bar{X} - X| > t_{\beta} \tilde{\sigma}$ , сомнительный результат  $X$  исключается. В этом выражении:

$\bar{X}$  - среднеарифметическая величина,

$\tilde{\sigma}$  - выборочное среднеквадратическое отклонение, (стандарт),

$t_{\beta}$  - критерий Стьюдента, т.е. число,  $\tilde{\sigma}$  которое нужно отложить вправо и влево от центра группирования замеров, чтобы вероятность правильного ответа равнялась  $\beta$ . Обычно принимают  $\beta = 0,7 \dots 0,95$ .

Критерий Стьюдента позволяет оценить величину погрешности статистических параметров выборки по отношению к аналогичным параметрам генеральной совокупности, или по отношению к другой выборке.

Но он применим, если дисперсии выборок однородны и имеют нормальное распределение.

**Задача.** Имеется числовой массив 20 опытов во временной последовательности[5]:

3.68; 3.11; 4.76; 2.75; 4.15; 6.08; 2.95; 6.35; 3.78; 4.49; 2.81; 4.85; 3.27; 4.08; 4.51; 4.43; 3.43; 3.26; 2.48; 4.86. Измерение  $X_i = 6,35$  сомнительно и его не учитываем при определении  $\bar{X}$  и  $\tilde{\sigma}$ , тогда

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{19} X_i}{19} = \frac{72.51}{19} = 3.82;$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{19-1} \sum_{i=1}^{19} (X_i - \bar{X})^2} = 0.805.$$

При  $\beta = 0.95$  и  $N = 19$  коэффициент  $t_{\beta} = 2.09$  [1], а  $t_{\beta} \cdot \tilde{\sigma} = 2.09 \cdot 0.805 = 1.682$ .

Так как  $|\bar{X} - X_{\max}| = |3.82 - 6.35| = 2.53 > 1.682$  то замер  $X_{\max} = 6.35$  следует исключить из выборки с вероятностью 95%.

Непараметрические методы позволяют получить статистические оценки выборочных характеристик без определения законов распределения случайных величин и даже выдвижения гипотез о них. Применение непараметрических методов обеспечивает точный результат только при большом объеме выборки. Чаще всего эти методы не опираются на  $\bar{X}$  и  $\tilde{\sigma}$ , а основываются на разности 2-х наибольших или наименьших чисел выборки расположенных последовательно. По ним определяют расчетный **критерий Ирвина**

$$\lambda_p = \frac{|X_{N+1} - X_N|}{\tilde{\sigma}}.$$

Если  $\lambda_p > \lambda_T$ , то результат отбрасывается с доверительной вероятностью  $\beta$ .

**Задача.** Располагаем в ряд по возрастающей  $N = 12$  результатов опыта 3,4,5,6,7,7,8,9,9,10,11,17.

Для этого массива  $\bar{X} = 8$ ;  $\tilde{\sigma} = 3.71$ ,  $X_{N+1} = 17$ ;  $X_N = 11$ , тогда

$$\lambda_p = \frac{17-11}{3.71} = 1.6$$

Для  $N=12$  и  $\beta=0,95$  табличное значение  $\lambda_T=1,5$ . Так как  $\lambda_T < \lambda_p$ , то сомнительную величину  $X_{N+1}$  отбрасываем.

### 3.3. Доверительные интервалы для оценок математического ожидания и дисперсии .

В конкретном опыте случайная величина может принять одно из множества возможных значений. Задачей исследователя является определение интервала, в котором она оказывается. Доверительный интервал должен накрыть один из генеральных параметров с вероятностью

$$P(\bar{a} - \varepsilon < a < \bar{a} + \varepsilon) = P(|\bar{a} - a| < \varepsilon) = \beta,$$

где  $a$  - один из генеральных параметров;

$\bar{a}$  - одна из статистических оценок ( $\bar{X}$  или  $\bar{\sigma}$ );

$\varepsilon$  - допустимое ограничение(рис.19).

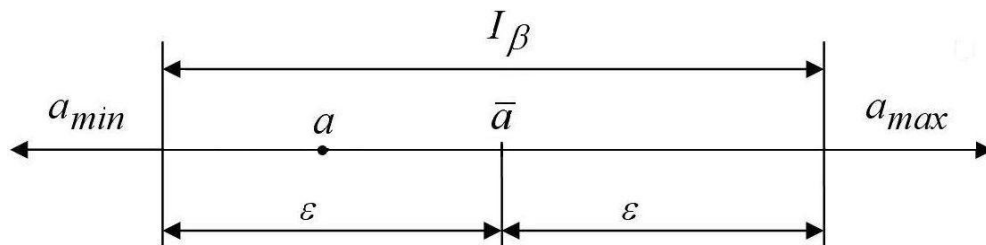


Рис.19. Положение генерального параметра

Следовательно, с вероятностью  $\beta$  истинное значение  $a$  находится в доверительном интервале

$$I_\beta = (\bar{a} \pm \varepsilon).$$

Величина  $\varepsilon$  зависит от  $N$ ,  $\beta$  и изменчивости изучаемого процесса (объекта). Только при большом  $N$  точечная оценка  $\bar{a}$  приближается к  $a$ .

Интервальная оценка характеризуется точностью и достоверностью. Точность-это ширина интервала ограничивающего числовую характеристику генерального параметра. Достоверность-это вероятность нахождения этой характеристики в определенном интервале. При фиксированном объеме исходных статистических данных всякая попытка повысить точность (уменьшить ширину интервала) неизбежно приводит к снижению достоверности и наоборот.

Интервальная оценка математического ожидания по выборочной средней  $\bar{X}$  является  $I_\beta = \bar{X} \pm t_\beta \cdot \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}}$ ,

где  $t_\beta \cdot \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}} = \varepsilon$  - точность оценки;

$N$  - объём выборки;

При доверительном интервале симметричном относительно математического ожидания его пределы  $\bar{X} - t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}} < m < \bar{X} + t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}}$

Это неравенство справедливо при  $N \geq 30$ , при меньшем  $N$  границы для генеральных параметров неоправданно раздвигаются. Чтобы избежать этой погрешности принимают  $\bar{X} - t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N-1}} < m < \bar{X} + t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N-1}}$ .

Интервал для среднего квадратического отклонения при любом  $N$

$$\tilde{\sigma} - t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{2(N-1)}} < \sigma < \tilde{\sigma} + t_\beta \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{2(N-1)}}$$

Интервал для среднего квадратического отклонения можно определить и по другой зависимости

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} \cdot (1-q) < \sigma < \tilde{\sigma} \cdot (1+q) \text{ при } q < 1, \text{ или} \\ 0 < \sigma < \tilde{\sigma} \cdot (1+q) \text{ при } q > 1, \end{aligned}$$

где  $q = \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}}$ .

Отметим, что при увеличении  $N$  точность оценки увеличивается, а увеличение оценки надёжности  $\beta$  влечёт за собой уменьшение её точности.

**Задача.** После проведения опыта из  $N=40$  замеров по этой выборке определены  $\bar{X} = 25$  и  $\tilde{\sigma} = 4$ . Ориентируясь на нормальное распределение определить границы для математического ожидания  $m$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$ , приняв  $\beta = 0.95$ . Такая надёжность указывает, что если проведено большое число испытаний, то 95% из них определяют истинные доверительные интервалы, лишь в 5% случаев искомый параметр может выйти за границы доверительного интервала.

Для условий задачи  $t_\beta = 2.02$ . Интервал для математического ожидания

$$I_\beta = 25 \pm 2.02 \cdot \frac{4}{\sqrt{40}} = 25 \pm 1.27 = 23.73 \dots 26.27.$$

Коэффициент

$$q = \frac{1.27}{4} = 0.317$$

Интервал для среднего квадратического отклонения:

$$4 \cdot (1 - 0.317) < \sigma < 4 \cdot (1 + 0.317) \text{ или } 2.73 < \sigma < 5.27.$$

**Задача.** Тяговое сопротивление машины измерялось  $N=28$  раз. При этом его средняя величина  $\bar{X} = 5020$  Н, а стандарт  $\tilde{\sigma} = 630$  Н. Для уровня значимости  $\alpha=0.05$  (двусторонняя критическая область) определить пределы для математического ожидания и стандарта.

В нашем случае  $t_\beta = 2.05$ , тогда

$$5020 - 2.05 \cdot \frac{630}{\sqrt{28-1}} < m < 5020 + 2.05 \cdot \frac{630}{\sqrt{28-1}}, \text{ или}$$

$$5020 - 248 < m < 5020 + 248, \text{ то есть } 4772 < m < 5268 \text{ Н.}$$

$$\text{Коэффициент } q = \frac{248}{630} = 0.394$$

Интервал для среднеквадратического отклонения

$$630 \cdot (1 - 0.394) < \sigma < 630 \cdot (1 + 0.394), \text{ таким образом } 382 < \sigma < 878 \text{ Н.}$$

При экспоненциальном распределении, свойственным показателям надёжности, границы для математического ожидания

$$\frac{2 \sum_{i=1}^N X_i}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}(r)}} \leq m \leq \frac{2 \sum_{i=1}^N X_i}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)(r)}},$$

где  $\chi^2$ -(хи - квадрат)- квантили распределения, соответствующие  $r$  и вероятностям  $\alpha/2$  и  $(1-\alpha/2)$ ;

$r = 2 \cdot N$  - число степеней свободы;

$N$ - число наблюдений.

Так как  $\alpha = 1 - \beta$ , то  $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \beta}{2}$ .

Если все  $X_i$  одинаковы по величине, то  $\sum_{i=1}^N X_i = N \cdot X_i$ .

**Задача.** Лабораторная установка включалась 15 раз. Средняя продолжительность включений  $\bar{X} = 45$  ч. при  $\tilde{\sigma} = 42$  ч. Определить границы для  $m$  при  $\beta = 0.8$ . Близость  $\bar{X}$  и  $\tilde{\sigma}$  характерна для экспоненциального распределения.

Определяем вспомогательные значения:

$$r = 2 \cdot N = 2 \cdot 15 = 30; \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - 0.8}{2} = 0.1; \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = 0.9;$$

табличные значения:  $\chi^2_{0.1;30} = 40.3$ ,

$$\chi^2_{0.9;30} = 20.6 [1];$$

Решая, получим:

$$\frac{2 \cdot 15 \cdot 45}{40.3} = 33.5 \leq m \leq \frac{2 \cdot 15 \cdot 45}{20.6} = 65.5 \text{ ч.}$$

Если посчитать это распределение нормальным, то для него коэффициент Стьюдента  $t(\beta; n) = t(0.8; 14) = 1.345$ . Границы для математического ожидания

$$45 - 1.345 \cdot \frac{42}{\sqrt{15-1}} < m < 45 + 1.345 \cdot \frac{42}{\sqrt{15-1}}, \text{ или } 30 < m < 60 \text{ ч}$$

оказываются более узкими, чем при экспоненциальном распределении.

### 3.4. Определение достаточности объёма выборки

Решение этой задачи неразрывно связано с определением доверительных интервалов для генеральных параметров: математического ожидания  $m$  и дисперсии  $D = \sigma^2$ . Объём выборки  $N$  определяется из условия что при заданной доверительной вероятности  $\beta$  хотя бы один из генеральных параметров окажется в интервале  $I_\beta$ .

Используя выражение для точности оценки математического ожидания. (См. п.3.3)

$$\varepsilon = t_\beta \cdot \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N-1}},$$

Минимальный объём выборки при которой обеспечивается заданная точность величины  $m$



$$N \geq \frac{t_{\beta}^2 \cdot \tilde{\sigma}^2}{\varepsilon^2} + 1.$$

Метод определения  $\tilde{\sigma}$  зависит от характера случайной величины. Если замеры имеют альтернативный характер (бракованные или годные детали, целое или дроблённое зерно и т.п.), то

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{P \cdot (1 - P)},$$

где  $P$  - вероятность появления в выборке дефектных изделий. В этом случае:

$$N \geq \frac{t_{\beta}^2 \cdot P \cdot (1 - P)}{\varepsilon^2} + 1,$$

Если замеры имеют непрерывный характер, то  $\tilde{\sigma}$  для выборки определяется по известным правилам.

При решении некоторых задач величина абсолютной погрешности,  $\varepsilon$ , неизвестна. В этом случае вместо нее можно задаться допустимой степенью точности

$$\Delta P = \frac{\varepsilon}{P}, \text{ и тогда искомый объем выборки } N = \frac{t_{\beta}^2 (1 - P)}{P(\Delta P)^2} + 1.$$

**Задача.** При выкопке свеклы может происходить повреждение корней. По нормативным документам допускаемая вероятность такого повреждения  $P=0.12$ . Определить  $N$  при  $\beta=0.95$ ,  $\varepsilon=0.05$ . Решаем задачу используя метод итерации (приближения).

Вначале принимаем, например  $N=60$ , тогда  $t_{\beta, N}=2.0$  и

$$N' \geq \frac{2^2 \cdot 0.12 \cdot (1 - 0.12)}{0.05^2} = 162 \text{ корня.}$$

Для этого  $N'$  коэффициент  $t_{\beta, N'}=1.96$ , и тогда

$$N \geq \frac{1.96^2 \cdot 0.12 \cdot (1 - 0.12)}{0.05^2} = 165 \text{ корней.}$$

Следовательно, в выборке из 165 корней фактическая вероятность повреждения  $P_{\phi} = 0.12 \pm 0.05 = 0.07 \dots 0.17$ , т.е. 7...17% и это соответствует нормативу с вероятностью 95%.

**Задача.** В соответствии с агротребованиями всхожесть семян моркови должна быть не ниже 75%. Следовательно,  $P=1-0.75=0.25$ . При  $\beta=0.95$  определить объём выборки, который обеспечит  $\varepsilon = |m - \bar{X}| \leq 0.05$ . Используя метод приближения примем

$$\text{вначале, например } N_1=30, \text{ тогда } t_{\beta}=2.04, \text{ а } N'_1 = \frac{2.04^2 \cdot 0.25(1-0.25)}{0.05^2} = 312 \text{ семян.}$$

В этом случае  $t_{\beta}=1.96$  и тогда окончательно

$$N = \frac{1.96^2 \cdot 0.25(1-0.25)}{0.05^2} = 288 \text{ семян.}$$

В такой выборке вероятность появления невсхожих семян  $(0.25 \pm 0.05)$  т.е. 20...30%. В этом случае из 288 семян пустыми окажутся 58...86 шт. и это будет соответствовать агротребованиям с вероятностью 95%.

**Задача.** При многократном измерении одного из размеров детали получили  $\tilde{\sigma}_1 = 0.7 \text{ мм}$ . Применение более точного инструмента позволило

получить  $\tilde{\sigma}_2 = 0.4 \text{ мм}$ . Приняв  $\beta = 0.95$  и  $\varepsilon = 0.3 \text{ мм}$  определить число замеров каждым из инструментов, ориентируясь на обеспечение точности  $m$ .

Определим величину  $t$  как аргумента функции Лапласа.

$\Phi(t) = \frac{\beta}{2} = 0.475$ , тогда  $t = 1.96$  (Приложение 2), и для первого инструмента:

$N_1' = \frac{1.96^2 \cdot 0.7^2}{0.3^2} \approx 21 + 1$ ; для более точного инструмента число замеров:

$$N_1'' = \frac{1.96^2 \cdot 0.4^2}{0.3^2} \approx 7 + 1.$$

Отметим, что при  $\beta = 0.95$  и  $N \approx \infty$ , как следует из условия задачи  $t_\beta = t = 1.96$  (Приложение 4). Следовательно, для больших выборок можно использовать как критерий Стьюдента так и функцию Лапласа.

**Задача.** Проведено 14 измерений времени выгрузки зерна из бункера. Полученная информация : 100, 100, 110, 115, 120, 120, 110, 120, 130, 100, 110, 100, 85, 105 сек. Определить минимальный объем выборки, чтобы ошибка в определении  $m$  не превышала 3%, а в определении  $\sigma$  не превышала 20%.

Принять  $\beta = 0.95$ . Выборка принадлежит к нормальной генеральной совокупности.

Анализ выборки показывает, что время 85с является сомнительным. Поэтому вначале проверим, принадлежит ли оно к рассматриваемой генеральной совокупности. Проводим предварительные расчеты без его учета.

$$\bar{X} = \frac{1}{13} (100 + 100 + 110 + \dots + 100 + 105) = 110 \text{ с},$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{13-1} (10^2 + 10^2 + 0^2 + \dots + 10^2 + 5^2)} = 9.8 \text{ с}.$$

Расчётная величина критерия Стьюдента:

$$t_p = \left| \frac{X_i^{\min} - X_i^{\max}}{\tilde{\sigma}} \right| = \left| \frac{85 - 110}{9.8} \right| \approx 2.5.$$

Для  $\nu = n - 1 = 13 - 1 = 12$  и  $\alpha = 0.05$  табличная величина  $t_T = 2.18$  (Приложение 4). Поскольку  $t_p > t_T$ , то замер 85 с можно считать грубой ошибкой, и мы его исключаем из дальнейшего рассмотрения.

По условию задачи точность оценки математического ожидания:

$\varepsilon_M = 0.03 \cdot 110 = 3.3 \text{ с}$ , а среднеквадратического отклонения:

$$\varepsilon_\sigma = 0.2 \cdot 9.8 = 1.96 \text{ с}.$$

Минимальный объем выборки, применительно к определению математического ожидания.

$$N_M \geq \frac{t_T^2 \tilde{\sigma}^2}{\varepsilon_M^2} = \frac{2.18^2 \cdot 9.8^2}{3.3^2} = 42 \text{ замера}.$$

Минимальный объем выборки применительно к определению  $\sigma$  определим, вычислив предварительно:

$$q = \frac{\varepsilon_{\sigma}}{\tilde{\sigma}} = \frac{1,96}{9,8} = 0,2.$$

По таблице (Приложение 9) определим, что  $\beta=0,95$  и  $q=0,2$  соответствует  $N_{\sigma}=50$  замеров.

Следовательно, для выполнения требований задачи необходимо провести 50 замеров.

**Задача.** Определить число отремонтированных изделий, которые необходимо испытать для обеспечения вероятности безотказной работы  $P=0.9$  и степени точности  $\Delta P=0,1$ . Принять  $\beta=0,8$ . Выборка имеет нормальное распределение.

Для  $N = \infty$  величина  $t_{\beta}=1.28$ , тогда  $N' = \frac{1.28^2(1-0.9)}{0.9 \cdot 0.1^2} \approx 18$  изделий.

Для  $N' = 18$  величина  $t_{\beta}=1.33$ , уточним количество изделий

$$N = \frac{1.33^2(1-0.9)}{0.9 \cdot 0.1^2} \approx 20 \text{ изделий.}$$

Отметим, что с уменьшением  $P$  величина  $N$  увеличивается потому, что уменьшается доверительный интервал. Например, для условий этой задачи, при  $P=0,7$  получим  $N=76$  изделий.

### **Самостоятельная работа.**

Для нижеприведенных условий определить минимальные объемы выборок, чтобы ошибка в определении математического ожидания не превышала 5%. Принять  $\beta=0,95$ . Предлагаемые выборки извлечены из нормальных генеральных совокупностей.

Задание 1. Потери свободным зерном под валком за жаткой определялись в 46 опытах и составили на  $1 \text{ м}^2$ : 0,5г-4 раза; 0,6г-4 раза; 0,7г-7 раз; 0,8г-12 раз; 0,9г-9 раз; 1,0г-6 раз; 1,1г-3 раза; 1,2г-1 раз.

Задание 2. В 46 навесках из 100 зёрен пшеницы, взятой из бункера комбайна, обнаружено следующее количество травмированных зёрен: 0-12 раз, 1 зерно-10 раз, 2 зерна-9 раз, 3 зерна-7 раз, 4 зерна-5 раз, 5 зёрен-2 раза, 7 зёрен-1 раз.

Задание 3. При обследовании 10 комбайнов их дневная производительность составила: 13 га-2 комбайна, 21 га-4 комбайна, 32 га-3 комбайна, 33 га-1 комбайн

Задание 4. При оценке качества работы жатки выполнено 37 замеров высоты среза стеблей (в см):

20,23,25,24,27,23,30,26,22,18,24,21,26,19,21,16,20,21,24,23,26,27,18,19,22,23,20,24,21,20,16,19,24,21,29,18,20.

Задание 5. Для определения пропускной способности комбайна сделано 10 замеров: 3.7; 4.2; 5.7; 5.2; 5.4; 4.8; 4.9; 4.7; 4.9; 5.1 кг/с.

Задание 6. Потери от естественного осыпания пшеницы на корню (в г/м<sup>2</sup>) составили: 0.2; 0.3; 0.1; 0; 0.7; 1.3; 1.1; 0.4; 0.7; 0.8.

Задание 7. В результате 35 замеров в полевых условиях реальной ширины захвата жатки ЖВН-6А получены следующие: 5.6 м-1 раз; 5.95 м-2 раза; 5.9 м-4 раза; 5.85 м-3 раза; 5.3 м-7 раз; 5.65 м-3 раза; 5.75 м-6 раза; 5.70 м-4 раза.

- 3) Оценка эффективна, если дисперсия минимальна, т.е. меньше разброс «А». Метод расчёта D зависит от характера распределения.

Внешний вид кривой характера распределения позволяет сделать некоторые выводы о физической природе регистрируемого процесса.

Колоколообразный вид кривой Гаусса (рис. 21.а) возникает если процесс зависит от многих факторов среди которых нет доминирующих. Деформация кривой Гаусса (рис. 21.б) свидетельствует о том, что факторов много, они могут иметь разную направленность и среди них есть доминирующие.

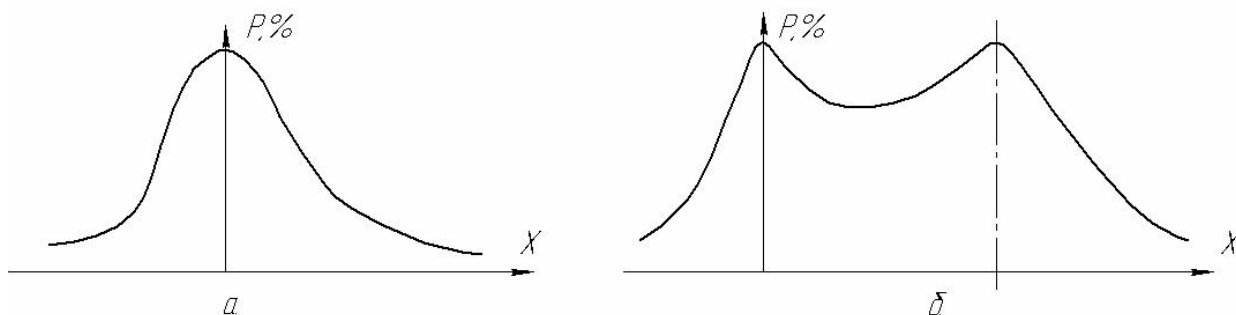


Рис. 21 Плотности распределений образованных многими случайными величинами

Если процесс характеризуется экспоненциальной зависимостью (рис. 22), то чаще всего, это свидетельствует, что факторы изменяют результат в одном направлении (увеличивая или уменьшая его). Среди факторов есть доминирующие.

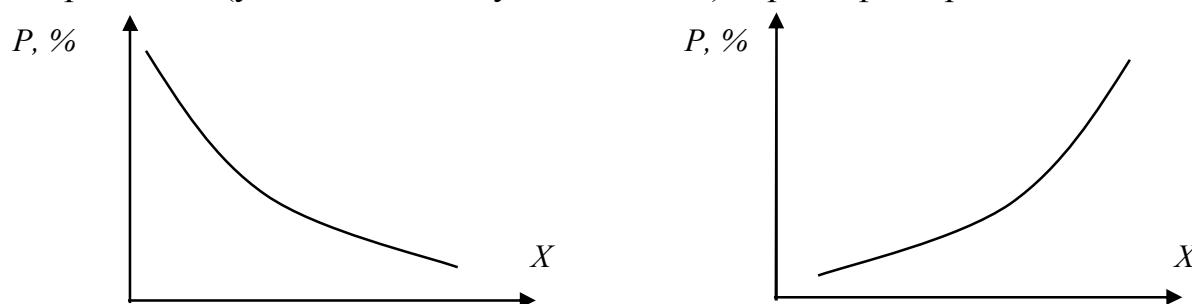


Рис 22. Убывающая и возрастающая экспоненты.

#### 4.2. Определение характера статистического распределения выборки.

Разнообразие условий работы с.-х. техники обуславливает многообразие моделей распределения выборок, полученных при испытаниях. Важнейшей характеристикой случайной величины, как символа выборки, является характер ее распределения: нормальный, экспоненциальный, степенной, по Вейбуллу и т.д. Вид распределения случайной величины позволяет исключить нехарактерные результаты, определяет методику расчета и анализа результатов испытания.

В настоящее время нет метода позволяющего непосредственно и однозначно получить из статистических данных модель закона распределения случайной величины. Известные методы позволяют лишь с определенной вероятностью подтвердить или опровергнуть соответствие статистических данных некоторой гипотезы о законе распределения.

Для предварительной ориентации в выборе модели необходимо представлять роль и влияние отдельных факторов на исследуемый процесс. Например, если факторов много и среди них нет доминирующих, то ориентируясь на «закон больших чисел» П.Л.Чебышева и Я.Бернулли можно предположить нормальное распределение.

Если же имеются один-два доминирующих фактора, то возможное распределение – экспоненциальное. Однако, ориентироваться только на такие логические рассуждения нельзя. Замена, например, нормального распределения экспоненциальным, в тех же условиях работы, приводит к увеличению объема испытаний. Это обусловлено большим рассеиванием случайной величины при экспоненциальном распределении (см. задачу в п. 3.3.), коэффициент вариации для него 1, а для нормального распределения этот коэффициент равен 0,05...0,35.

Универсальным и несложным методом распознавания характера распределения является использование вероятностной бумаги (нормальной, логарифмической и др.). Линеаризация экспериментальных данных на соответствующем виде такой бумаги позволяет установить не только характер распределения, но и его параметры [5].

Проверку гипотезы о близости статистического и гипотетического распределений часто проводят используя количественный критерий согласия  $\chi^2$  К.Пирсона.

Первоначально определяют расхождения между теоретическими и статистическими распределениями в каждой из  $S$  групп, на которые разделена выборка  $\chi_P^2 = \sum_{i=1}^S \frac{(P'_i - P_i)^2}{P_i}$ , где  $P'_i$  и  $P_i$  – наблюдаемые и теоретические частоты в каждой группе.  $P'_i$  определяется непосредственно по выборке.

При нормальном распределении теоретическая вероятность попадания замеров в соответствующие интервалы  $P_i = \Phi\left(\frac{x_{i+1} - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - m}{\sigma}\right)$ , где  $\Phi$  – нормальная функция распределения;  $x_i; x_{i+1}$  – границы  $i$ -го разряда.

Табличная величина  $\chi_T^2$  зависит от уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k = (S - r - 1)$ , где  $r$  – число параметров предполагаемого распределения (для нормального распределения  $r=2$ , для экспоненциального  $r=1$ , для распределения Вейбулла  $r=3$ ).

Если  $\chi_T^2 > \chi_P^2$ , то расхождение между эмпирическим и предполагаемым распределением незначимо.

Если же  $\chi_T^2 < \chi_P^2$ , то следует отказаться от предполагаемого распределения.

Многочисленные примеры использования критерия  $\chi^2$  приведены в [1,2,3,6 и других источниках].

Близость эмпирического распределения к нормальному оценивают через асимметрию и эксцесс. Асимметрия (скошенность) характеризует положение математического ожидания относительно графика кривой распределения. Величина асимметрии  $A = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ , где  $\mu_3$  – момент третьего порядка. Для симметричной кривой  $A=0$ .

Эксцесс характеризует крутизну кривой, т.е. ее островершинность или плосковершинность. Величина эксцесса  $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ , где  $\mu_4$  – момент четвертого порядка.

Если выборка значительна по величине, то близость к нулю  $A$  и  $E$  соответствует нормальному распределению. При малой выборке необходимо дополнительно

определить квадратические ошибки асимметрии и эксцесса  $S_A$  и  $S_E$ . Существенность  $A$  и  $E$  оценивают критерием Стьюдента. Если расчетная величина этих критериев  $t_P^A$  и  $t_P^E$  больше табличной величины  $t_T$ , то изучаемое распределение существенно отличается от нормального.

**Задача.** Для определения потерь свободным зерном (зерен на 1 м<sup>2</sup>) за комбайном проведены 4 выборки вдоль хода агрегата. Результаты приведены в верхней части таблицы 5. Определить оценки статистических параметров суммарного распределения.

Таблица 5.

Исходные данные и результаты оценки потерь зерна за комбайном

Параметр	Сведения по выборкам				Суммарное распределение
	1	2	3	4	
$n_i$ (число замеров)	5	2	10	4	$\sum n_i = N = 31$
$\bar{x}_i$	15	40	30	10	-
$\tilde{\sigma}_i$	4	8	6	4	-
$n_i \bar{x}_i$	75	80	300	40	$\sum n_i \bar{x}_i = 495$
$\tilde{\sigma}_i^2$	16	64	36	16	
$(n_i - 1) \tilde{\sigma}_i^2$	64	64	324	48	$\sum (n_i - 1) \tilde{\sigma}_i^2 = 500$
$\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma$	-1	24	14	-6	
$(\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^2$	1	576	196	36	
$n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^2$	5	1152	1960	144	$\sum n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^2 = 3261$
$n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^3$	-5	27648	27440	-864	$\sum n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^3 = 54219$
$n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^4$	5	663552	384160	5184	$\sum n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^4 = 1052901$

Подобные расчеты удобно вести с помощью таблицы. Так как все 4 выборки взяты в неизменных условиях, то они представляют одну генеральную совокупность для которой средняя арифметическая величина  $\bar{x}_\Sigma$  и среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_\Sigma$  соответственно равны:

$$\bar{x}_\Sigma = \frac{\sum_{i=1}^4 n_i \bar{x}_i}{N} = \frac{495}{31} = 15,96 \approx 16 \text{ зерна / м}^2,$$

$$\tilde{\sigma}_\Sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (n_i - 1) \tilde{\sigma}_i^2 + \sum_{i=1}^4 n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_\Sigma)^2}{N - 1}} = \sqrt{\frac{500 + 3261}{31 - 1}} \approx 11,3 \text{ зерна / м}^2.$$

Соотношение  $\bar{x}_\Sigma$  и  $\tilde{\sigma}_\Sigma$  не допускает однозначного вывода в пользу нормального закона, возможно потому что действующие факторы неодинаковы по силе влияния на результат. Графическое представление исходного материала показывает, что суммарное распределение похоже на нормальное (рис. 23).

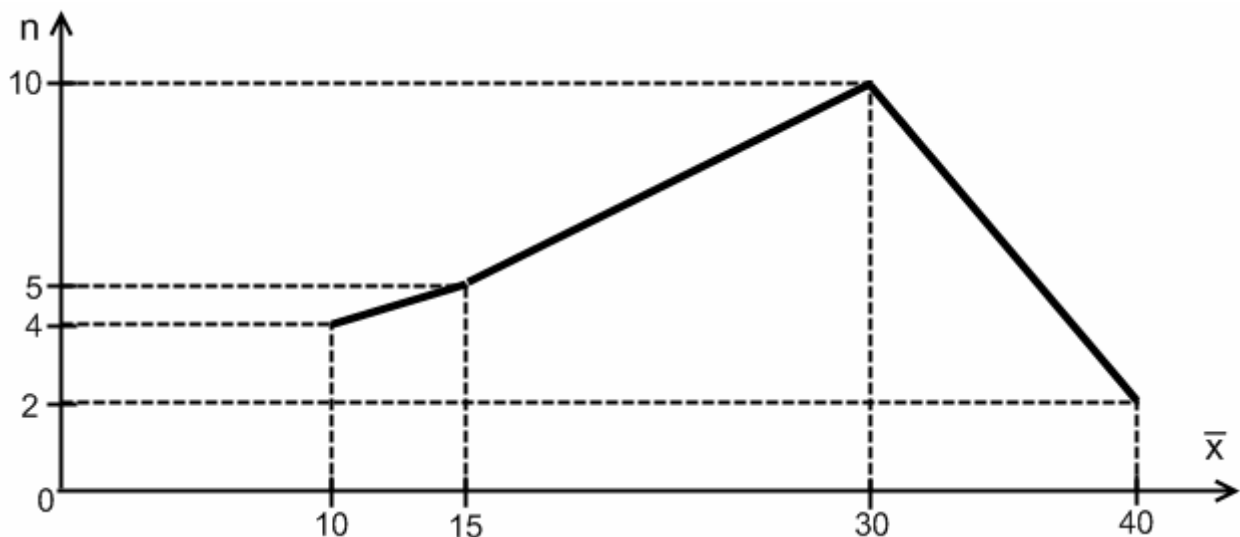


Рис. 23 Полигон распределения.

Резкие искривления графика объясняются погрешностями при замерах и недостаточным объемом выборки.

Отметим, что функция плотности усеченного нормального распределения

$$f(x) = \frac{C}{\tilde{\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\tilde{\sigma}^2}},$$

где  $C = F(b) - F(a)$ ,

$b$  и  $a$  пределы изменения  $x$ ,

$F(x)$  - интегральная функция распределения.

Проверим соответствие суммарной выборки нормальному распределению определив для нее асимметрию и эксцесс

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^S n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{\Sigma})^3}{\tilde{\sigma}_{\Sigma}^3 N} = \frac{(-5 + 27648 + 27440 - 864)}{11,2^3 \cdot 31} = 1,245 ;$$

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^S n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{\Sigma})^4}{\tilde{\sigma}_{\Sigma}^4 N} - 3 = \frac{(5 + 663552 + 384160 + 5184)}{11,2^4 \cdot 31} - 3 = -0,842 ,$$

где  $S$ - число выборок.

Квадратичные ошибки асимметрии и эксцесса

$$S_A = \sqrt{\frac{6N(N-1)}{(N-2)(N+1)(N+3)}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 31 \cdot 30}{29 \cdot 32 \cdot 34}} = 0,42 ;$$

$$S_E = \sqrt{\frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)}} = \sqrt{\frac{24 \cdot 31 \cdot 30^2}{28 \cdot 29 \cdot 34 \cdot 36}} = 0,82 ;$$

Существенность значений  $\bar{A}$  и  $\bar{E}$  :

$$t_p^A = \frac{\bar{A}}{S_A} = \frac{1,245}{0,42} = 2,96 ; t_p^E = \frac{\bar{E}}{S_E} = \frac{2,158}{0,82} = 2,63 .$$

Табличное значение критерия Стьюдента при  $\alpha=0,05$  и числе степеней свободы  $\nu=4-1=3$  составляет  $t_1(0,05;3)=3,18$  (см. Приложение 4), т.е. незначительно превышает  $t_p^A$  и  $t_p^E$ . Поэтому рассматриваемое распределение может быть признано нормальным. В этом распределении  $\bar{A} > 0$ , следовательно длинная часть кривой распределения



располагается справа от моды (положительная асимметрия). Так как эксцесс отрицательный ( $\bar{E} < 0$ ), то гипотетическая кривая будет более низкой и плосковершинной чем нормальное распределение.

Для нормального распределения вероятность появления потерь свободным зерном в интервале от  $\bar{x}_1 = \alpha$  до  $\bar{x}_2 = \beta$

$$P(\alpha < \bar{x}_{\Sigma} < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \bar{x}_{\Sigma}}{\tilde{\sigma}_{\Sigma}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \bar{x}_{\Sigma}}{\tilde{\sigma}_{\Sigma}}\right)$$

Например, в интервале для  $\bar{x}$  от 20 до 25 зерен вероятность

$$P(20 < \bar{x}_{\Sigma} < 25) = \Phi\left(\frac{25-16}{11,2}\right) - \Phi\left(\frac{20-16}{11,2}\right) = 0,288 - 0,138 = 0,15 .$$

Следовательно, потери от 20 до 25 зерен /<sub>м<sup>2</sup></sub> могут быть обнаружены в 0,15N случаях (для рассматриваемой задачи это 0,15•31=4,65≈5 раз).

Если число выборок велико ( $n \rightarrow \infty$ ), а вероятность появления исследуемого события мала ( $p \rightarrow 0$ ), то для их анализа используют формулу Пуассона.

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} ,$$

где  $\lambda = nP$ ,

$k$  - количество редких событий.

Для проверки гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона используют критерий Пирсона,  $\chi^2$  - «хи- квадрат».

**Задача.** Для определения засоренности партии семян клевера семенами сорняков было проведено 1000 выборок и получено следующее эмпирическое распределение ( в первой строке указано количество  $x_i$  семян сорняков в одной выборке; во второй строке- число выборок содержащих  $x_i$  семян сорняков):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	405	366	175	40	8	6

Требуется при уровне значимости  $\alpha=0,01$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  (число семян сорняков) распределена по закону Пуассона.

Выборочная средняя

$$\bar{x} = \frac{0 + 366 + 2 \cdot 175 + 3 \cdot 40 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 6}{1000} \approx 0,9$$

Принимаем в качестве оценки параметра  $\lambda$  выборочную среднюю, т.е.  $\lambda = \bar{x} = 0,9$ . В этом случае предполагаемый закон Пуассона имеет вид:

$$P_{1000}(k) = \frac{0,9^k e^{-0,9}}{k!} .$$

Положив  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  находим теоретические вероятности появления  $k$  сорняков в 1000 выборках

$$P_{1000}(0) = \frac{0,9^0 e^{-0,9}}{0!} = 0,407 ;$$

$$P_{1000}(1) = \frac{0,9^1 e^{-0,9}}{1!} \approx 0,366 ;$$

$$P_{1000}(2) = \frac{0,9^2 e^{-0,9}}{2!} \approx 0,165$$

и аналогично  $P_{1000}(3) = 0,049$ ;  $P_{1000}(4) = 0,011$ ;  $P_{1000}(5) = 0,002$ .

Вероятностное число соответствующих выборок  $n'_i = nP_i$ ,

где  $n = \sum_{i=1}^n n_i = 1000$ .

В соответствии с этим  $n'_0 = 1000 \cdot 0,407 = 407$ ,  $n'_1 = 1000 \cdot 0,366 = 366$  и аналогично  $n'_2 = 165$ ;  $n'_3 = 49$ ;  $n'_4 = 11$ ;  $n'_5 = 2$ .

Расчетная величина критерия Пирсона  $\chi_P^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ ,

где  $k$  - число групп.

Для группы с  $x_i = 0$  получим  $\chi_{P0}^2 = \frac{(407 - 405)^2}{407} = 0,01$ ;

Для группы с  $x_i = 1$  получим  $\chi_{P1}^2 = \frac{(366 - 366)^2}{366} = 0$

Для группы с  $x_i = 2$  получим  $\chi_{P2}^2 = \frac{(175 - 165)^2}{2!} = 0,6$ ;

и аналогично  $\chi_{P3}^2 = 1,65$ ;  $\chi_{P4}^2 = 0,8$ ;  $\chi_{P5}^2 = 8$ .

В сумме расчетное значение критерия Пирсона  $\chi_P^2 = 11,06$ .

По таблице критических точек распределения  $\chi^2$  (см. Приложение 3) при  $\alpha=0,01$  и числе степеней свободы  $S=k-2=6-2=4$  находим критическую точку правосторонней критической области:  $\chi_{0,01;4}^2 = 13,3$ . Так как  $\chi_P^2 < \chi_{0,01;4}^2$ , то нет оснований отвергать гипотезу о распределении  $X$  по закону Пирсона.

Кроме критерия  $\chi^2$  для оценки степени согласованности теоретического и статистического распределения иногда применяют критерий А.Н.Колмогорова. Мерой расхождения между этими распределениями А.Н.Колмогоров рассматривает максимальное значение модуля

$D = \max |F^*(x) - F(x)|$ , где  $F^*(x)$  и  $F(x)$  соответственно интегральные функции распределения статистического и гипотетического теоретического.

Определив величину  $D$  графическим или аналитическим способом вычисляют коэффициент  $\lambda = D\sqrt{n}$ , где  $n$  - число замеров. Далее по таблице (Приложение 11) определяют вероятность того, что максимальное расхождение между  $F^*(x)$  и  $F(x)$  будет меньше чем  $P(\lambda)$ . Если эта вероятность весьма мала, гипотезу следует отвергнуть. При больших значениях  $P(\lambda)$  можно считать согласованными гипотетическое статистическое распределения. При небольшом объеме выборки критерий А.Н.Колмогорова дает завышенные значения  $P(\lambda)$ , поэтому можно принять как правдоподобную гипотезу, которая плохо согласуется с опытными данными.

#### 4.3. Оценка степени статистического равенства (идентичности) распределений сравниваемых выборок

Целью испытаний является проверка определенных предположений: об агротехнических преимуществах новой машины над старой, достоинствах некоторых режимом работы, сравнения экспериментальных и теоретических выводов и т.д. Если разница между параметрами среднеарифметической величины  $\bar{X}$  и среднеквадратического отклонения  $\bar{\sigma}$  сравниваемых выборок незначительна, то считают, что различие между ними имеет случайный характер, а выборки являются однородными и принадлежат единому генеральному распределению. Для оценки значимости указанной разницы используют параметрические и непараметрические критерии достоверности.

По результатам испытаний можно принять одно из 4-х решений:

- подтвердить выдвинутую «нулевую гипотезу»,  $H_0$ , если она верна. Такой гипотезой может быть предположение об агротехнических преимуществах новой машины; предположение о достаточности защитных зон нового агрегата т.д.;
- отвергнуть верную гипотезу,  $H_0$ , (ошибка I рода или «риск поставщика»);
- принять гипотезу  $H_0$ , если она неверна (ошибка II рода или «риск потребителя»).

Метод сравнения случайных величин, математических ожиданий или дисперсий зависит от вида нулевой  $H_0$  и конкурирующей  $H_1$  гипотез. Если  $H_0: A=B$ ;  $H_1: A>B$  или  $H_1: A<B$ , то рассматривается односторонняя критическая область. В этом случае **вероятность ошибки I рода равна  $\alpha$** . Если  $H_0: A=B$ ;  $H_1: A \neq B$ , что соответствует двухсторонней критической области, если она симметрична, то **вероятность ошибки I рода равна  $\alpha/2$** .

Обычно принимают  $\alpha=0,01$ ;  $0,05$ ;  $0,1$ . Приняв например  $\alpha=0,05$  мы допускаем ошибку в пяти случаях из ста. Уменьшение  $\alpha$  приводит к увеличению вероятности ошибки II рода.

Доверительная вероятность получения правильного ответа  $\beta=1-\alpha$  или  $\beta=1-\alpha/2$ .

Если нулевая гипотеза,  $H_0$ , принята на статистическом уровне, это еще не значит что она полностью доказана, поэтому говорят «нет оснований отвергнуть нуль-

гипотезу ». Для большей уверенности надо повторить испытание или увеличить объём выборки. Отвергают гипотезу более категорично, чем принимают. Достаточно иногда привести один пример противоречащий  $H_0$ , чтобы её отвергнуть.

Проверка однородности означает проверку существенности различия выборок полученных по результатам двух и более групп наблюдений. Необходимость решения такой задачи возникает:

1. При объединении информации нескольких наблюдений.
2. При сравнении характеристик двух и более машин одного назначения, но различной конструкции, используемых в одинаковых условиях.
3. При установлении влияния условий на результат работы или состояние машины.
4. Для выявления эффективности конструктивных изменений машины.

Во всех этих случаях необходимо предварительно оценить однородность выборок.

При сравнительных испытаниях часто возникает ситуация, когда полученные выборки имеют малый объём и это затрудняет получение хороших статистических оценок. Задача упрощается если можно предположить, что генеральные совокупности выборок распределены нормально. Поэтому до сравнения средних по выборкам проверяют гипотезу однородности их дисперсий. Кроме того, необходимость в сравнении дисперсий возникает если требуется сравнить точность приборов, методов измерений и т.п. Предпочтительнее прибор или метод, который обеспечивает наименьшее рассеяние результатов, то есть минимальную дисперсию. Для оценки однородности дисперсий используют критерии Фишера, Бартлетта и Кочрена. Каждый из этих критериев имеет свои особенности, но все **они справедливы если выборки имеют нормальное распределение.**

Критерий Фишера применяют, если выборки имеют одинаковые объёмы. В этом случае сравнивают только максимальную и минимальную дисперсии, но не учитывается информация, которую содержат остальные дисперсии. Критерий Фишера применим для сравнения двух выборок.

**Задача.** При сравнительных испытаниях 2-х комбайнов оценивались потери зерном с помощью рамок размером  $0.25\text{ м}^2$ . Число замеров по первому комбайну  $N_x = 12$ , по

второму  $N_Y = 15$ . Средние квадратические отклонения  $\tilde{\sigma}_x = 2.4 \frac{\text{ср}}{\text{рамка}}$ ,

$\tilde{\sigma}_Y = 1.7 \frac{\text{ср}}{\text{рамка}}$ . Соответственно выборочные дисперсии  $\tilde{D}(X) = 5.76$ ,  $\tilde{D}(Y) = 2.89$ .

Принять  $\alpha = 1 - \beta = 0.05$ . Предполагая, что выборки извлечены из нормальных генеральных совокупностей проверить  $H_0 : D(X) = D(Y)$  при  $H_1 : D(X) > D(Y)$ .

Следовательно, возникает односторонняя критическая область.

Критерий проверки  $F_{\text{набл}} = \frac{D_{\text{max}}}{D_{\text{min}}} = \frac{5.76}{2.89} = 1.99$ . Для  $\alpha = 0.05$  и числа степеней

свободы  $k_1 = 12 - 1 = 11$  и  $k_2 = 15 - 1 = 14$  табличное критическое значение  $F_{\text{кр}}(0.05; 11; 14) = 2.56$ .

Так как  $F_{\text{кр}} > F_{\text{набл}}$ , то нет оснований отвергать  $H_0$ . Если  $F_{\text{кр}} < F_{\text{набл}}$ , то  $H_0$  можно было бы отвергнуть.

Если  $H_0 : D(X) = D(Y)$ ;  $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ , то рассматривается 2-х сторонняя критическая область.

**Задача.** Проводился замер толщины валка за 2-х и 3-х поточными валковыми жатками. Число замеров по первой жатке  $N_x = 10$ , по второй  $N_Y = 18$ . Выборочные дисперсии  $\tilde{D}(X) = 12 \text{ см}^2$ ,  $\tilde{D}(Y) = 4,5 \text{ см}^2$ . Предполагая что выборки извлечены из нормальных генеральных совокупностей проверить  $H_0 : D(X) = D(Y)$  при  $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ . Принять  $\alpha = 0.1$ .

Критерий проверки  $F_{\text{набл}} = \frac{12}{4.5} = 2.67$ . Так как критическая область 2-х

сторонняя, то уровень значимости для обеих областей  $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ . Табличное критическое значение  $F_{\text{кр}}(0.05; 9; 17) = 2.5$ .

Так как  $F_{\text{кр}} < F_{\text{набл}}$ , то гипотезу  $H_0 : D(X) = D(Y)$  отвергаем, дисперсии отличаются значимо. С позиции подбора и обмолота валка предпочтение следует отдать жатке Y.

Часто целью испытаний является проверка соответствия реализуемого технологического процесса агротребованиям или инструмента паспортным данным. В этом случае возможны три варианта:

$$\text{а) } H_0 : D(x) = D_0, H_1 : D(x) > D_0;$$

$$\text{б) } H_0 : D(x) = D_0, H_1 : D(x) \neq D_0;$$

$$\text{в) } H_0 : D(x) = D_0, H_1 : D(x) < D_0,$$

где  $D_0$  - гипотетическая генеральная дисперсия.

Наибольшее практическое значение имеет случай а), так как чаще всего возникает ограничение по величине рассеяния числовых значений.

**Задача.** Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка  $N_x = 13$ , для неё  $D(x) = 14.6$ . При  $\alpha = 0.01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : D(x) = D_0 = 12$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1 : D(x) > 12$ .

Воспользоваться критерием F Фишера нельзя, так как для  $D_0$  не задается объем выборки, поэтому неизвестно число степеней свободы знаменателя. Поэтому проверим гипотезу  $H_0$  с помощью критерия « $\chi^2$ - квадрат»

$$\chi_{\text{набл}}^2 = (n-1) \cdot \frac{D(x)}{D_0} = (13-1) \cdot \frac{14.6}{12} = 14.6.$$

Табличное значение  $\chi_{\text{кр}}^2(0.01; 12) = 26.2 > \chi_{\text{набл}}^2$ . Следовательно, нет оснований отвергать  $H_0$ , то есть различие  $D(x)$  и  $D_0$  незначимое.

Использование критерия Бартлетта допустимо даже в случае когда выборки имеют разные объемы. Но этот критерий не обеспечивает точного результата если статистические распределения выборок отклоняются от нормального распределения. Кроме того, известно только приближенное значение этого критерия [1]. Поэтому для анализа нескольких выборок одинакового объема предпочтительнее использовать критерий Кочрена- отношение максимальной дисперсии  $D_{\text{max}}$  к сумме  $m$  остальных дисперсий  $D_i$ :

$$G_p = \frac{\tilde{D}_{\text{max}}}{\sum_{i=1}^m \tilde{D}_i} = \frac{\tilde{D}_{\text{max}}}{\tilde{D}_1 + \tilde{D}_2 + \tilde{D}_l}.$$

Табличная величина критерия Кочрена  $G_T$  зависит от двух степеней свободы: количества выборок  $l$  и  $k = n - l$ , где  $n$  - объем каждой из выборок.

Если  $G_p < G_T$  то можно предположить, что выборки однородны и принадлежат к одной генеральной совокупности.

**Задача.** На уборке пшеницы проведено по 12 замеров толщины валка за жатками  $Ж_1$  и  $Ж_2$ . Результаты этих замеров имеют нормальное распределение. Дисперсия выборки за жаткой  $Ж_1$  составила  $\tilde{\sigma}_1^2 = 7.49 \text{ см}^2$ , а за  $Ж_2$  -  $\tilde{\sigma}_2^2 = 18.12 \text{ см}^2$ . Необходимо сравнить эти дисперсии.

Поскольку обе выборки имеют одинаковые объёмы, то сравнивая их дисперсии применим критерий Кочрена:

$$G_P = \frac{18,12}{18,12 + 7,49} = 0,7075.$$

Приняв  $\alpha = 0.05$  и число степеней свободы числителя  $\nu_1 = 1$  и знаменателя  $\nu_2 = 2$ , определим, что табличное значение (Приложение 6).  $G_T = 0,9985 > G_P$ . Следовательно, с доверительной вероятностью  $\beta = 1 - \alpha = 0.95$  можно считать, что оба рассмотренных числовых массива принадлежат к одной генеральной совокупности.

**Задача.** Для шести независимых выборок имеющих нормальное распределение и одинаковые объёмы,  $n=17$ , найдены дисперсии: 5, 8, 13, 7, 16, 4. Требуется : а) проверить однородность дисперсий;

б) оценить генеральную дисперсию.

$$\text{Расчетная величина дисперсии } G_P = \frac{16}{5+8+13+7+16+4} = 0,3$$

При  $\alpha=0,05$ ; количестве выборок  $l=6$  и  $k=17-1=16$  табличная величина  $G_T(0,05;16,6)=0,3135$  (Приложение 6).

Так как  $G_P < G_T$  то следует признать однородность выборок и то, что они принадлежат к одной генеральной совокупности. В этом случае их генеральная дисперсия  $G_G = \frac{5+8+13+7+16+4}{6} = 8,8$ .

Если выборки случайных чисел имеют нормальное распределение, а их дисперсии однородны, то степень статистического равенства центров их распределений оценивают критерием Стьюдента. Его величина при разных объемах выборок

$$t_P = \frac{|\overline{X_A} - \overline{X_B}|}{\sqrt{n_A \sigma_A^2 + n_B \sigma_B^2}} \times \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B (n_A + n_B - 2)}{n_A + n_B}},$$

где  $n_A, n_B$  - объемы выборок А и В.

Число степеней свободы, используемых для определения табличного значения  $t_T$  равно  $\nu = n_A + n_B - 2$ .

Если одна из выборок имеет очень большой объем, например  $n_A = \infty$ , то в этом случае

$$t_P = \frac{|\overline{X}_A - \overline{X}_B|}{\tilde{\sigma}_A} \times \sqrt{n_B}.$$

**Задача.** На одном агротехническом фоне работали две жатки  $Ж_1$  и  $Ж_2$ . Замеры ширины валка за этими жатками проверялись  $n_1=n_2=10$  раз. Результаты приведены ниже.

Жатка  $Ж_1$ : 130, 130, 135, 135, 140, 140, 145, 150, 155, 140 см.

Жатка  $Ж_2$ : 130, 130, 140, 145, 150, 155, 160, 160, 165, 165 см.

Ранее было установлено, что распределение значений ширины валка имеет нормальный характер [6], среднее арифметическое значение ширины валка за  $Ж_1$  составит  $\overline{X}_1 = 140$  см, а за  $Ж_2$  -  $\overline{X}_2 = 150$  см, выборочные дисперсии по ширине валка  $\tilde{\sigma}_1^2 = 66.7 \text{ см}^2$ ,  $\tilde{\sigma}_2^2 = 177.8 \text{ см}^2$ . При уровне значимости  $\alpha = 0.05$  проверить гипотезу  $H_0 : M(X_1) = M(X_2)$  при конкурирующей  $H_1 : M(X_1) \neq M(X_2)$

Вначале проверяем гипотезу о равенстве генеральных дисперсий

$$F_{\text{набл}} = \frac{177.8}{66.7} = 2.66.$$

$F_T(0.05; 9; 9) = 3.18 > F_{\text{набл}}$ , (Приложение 5), поэтому нет оснований отвергать гипотезу о равенстве дисперсий. Используя критерий Стьюдента сравниваем средние значения

$$t_P = \frac{|\overline{X} - \overline{Y}|}{\sqrt{n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2}} \times \sqrt{\frac{n_1 \times n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

$$t_P = \frac{|140 - 150|}{\sqrt{10 \times 66.7 + 10 \times 177.8}} \times \sqrt{\frac{10 \times 10 \cdot (10 + 10 - 2)}{10 + 10}} = 1.897.$$

Для  $\alpha = 0.05$  и числа степеней свободы обоих распределений  $k = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$  критерий Стьюдента при 2-х сторонней критической



области равен  $t_T = 2.10$ . Так как  $t_T > t_P$ , то приходим к выводу, что обе жатки формируют валки одинаковой ширины.

Практический интерес представляет сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности, если истинная дисперсия этой совокупности неизвестна.

**Задача.** Потери при скашивании пшеницы не должны превышать 0.5%, установленные агротребованиями. При урожайности зерна 30 ц/га и массе одного зерна 0,03 г это составляет  $T_M = 50 \text{ зерен} / \text{м}^2$ , а среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}(T_M) = 15 \text{ зерен} / \text{м}^2$ . В полевых условиях проведены  $n=23$  замера и для этой выборки среднеарифметическая величина  $\bar{T} = 55 \text{ зерен} / \text{м}^2$ , а среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}(T) = 17 \text{ зерен} / \text{м}^2$ . Необходимо проверить соответствие качества уборочных работ агротехническим требованиям.

Для рассматриваемого случая  $T_M$  и  $\sigma(T_M)$  являются ожидаемыми параметрами генеральной совокупности. Расчётное значение критерия Фишера

$$F_{\text{набл}} = \frac{\tilde{\sigma}^2(\bar{T})}{\tilde{\sigma}^2(T_M)} = \frac{17^2}{15^2} = 1.284.$$

Для  $\alpha = 0.1$ , числа степеней свободы числителя  $k_1 = n - 1 = 22$  и знаменателя  $k_2 = \infty$  табличная величина  $F_{кр} = 1.4$ . Так как  $F_{кр} > F_{\text{набл}}$ , то с вероятностью 0.9 можно утверждать, что расхождение дисперсий  $\tilde{\sigma}^2(\bar{T})$  и  $\tilde{\sigma}^2(T_M)$  имеет случайный характер.

Однородность средних значений характеризует критерий Стьюдента

$$t_P = \frac{(\bar{T} - T_M) \cdot \sqrt{n}}{\sigma(T_M)} = \frac{(55 - 50) \sqrt{23}}{15} = 1.6.$$

Так как табличное значение критерия Стьюдента  $t_T = 1.645 > t_P$ , то гипотеза о соответствии качества работ агротехническим требованиям принимается с вероятностью 0.9.

**Задача.** На трудоёмкость годового технического обслуживания машины установлен норматив  $T_H = 186 \text{ ч}$  со среднеквадратическим отклонением  $\sigma(T_H) = 56 \text{ ч}$ . Поставлен эксперимент объёмом  $N=23$  случая, при этом опытные значения  $\bar{T} = 250 \text{ ч}$ , и

$\bar{\sigma}(T) = 65$  ч. Необходимо решить вопрос о соответствии норматива реальному техническому уровню объекта при допустимом риске  $\alpha = 0.1$  (это односторонний критерий, т.к. имеется реальное ограничение с одной стороны, т.е.  $\bar{T}$  и  $\bar{\sigma}(T)$  не должны превышать норматив).

Расчетный критерий Фишера

$$F_{набл} = \frac{\tilde{\sigma}^2(T)}{\sigma^2(T_H)} = \frac{65^2}{56^2} = 1.345.$$

При  $k_1 = N - 1 = 22$ ,  $k_2 = \infty$  и  $\alpha = 0.1$  табличное значение  $F_{кр} = 1.4$ . (Приложение 5). Т.к.  $F_{набл} < F_{кр}$ , то с вероятностью 0.9 утверждаем: разница между дисперсиями  $\tilde{\sigma}^2(\bar{T})$  и  $\tilde{\sigma}^2(T_H)$  незначительна.

Сравним средние значения используя коэффициент Стьюдента

$$t_P = \frac{(\bar{T}_H - T_H)\sqrt{N}}{\sigma(T_H)} = \frac{(205 - 186)\sqrt{23}}{56} = 1.63.$$

Табличное значение этого коэффициента  $t_T = t_{(0.9; \infty)} = 1.645$ . Так как  $t_T > t_P$ , то технический уровень объекта соответствует нормативу с вероятностью 0.9.

В случае неоднородности дисперсий, когда  $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ , существенность различия средних можно проверить с помощью **приведенного** значения t- критерия. В этом случае используется следующая формула [7]:

$$\frac{t_{(\alpha, f_A, f_B)}}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} - |\bar{X}_A - \bar{X}_B| = L,$$

Где  $t_{(\alpha, f_A, f_B)} = \frac{\sigma_A^2}{n_A} t_{(\frac{\alpha}{2}, f_A)} + \frac{\sigma_B^2}{n_B} t_{(\frac{\alpha}{2}, f_B)}$  - приведенное значение критерия

Стьюдента,  $f_A = n_A - 1$ ,  $f_B = n_B - 1$  – степени свободы.

Если  $L > 0$ , то разница между средними незначительна.

**Задача.** Трудоемкость технологического обслуживания двух групп одинаковых машин осуществляется двумя ремонтными мастерскими и характеризуется следующими показателями:

а) Первая группа машин:  $n_A = 8$ ;  $\bar{X}_A = 205$  ч,  $\tilde{\sigma}_A = 65$  ч.

б) Вторая группа машин:  $n_B=12$ ;  $\bar{X}_B=160$  ч,  $\tilde{\sigma}_B=30$  ч.

Здесь  $n_A$  и  $n_B$  число случаев технического обслуживания,  $\bar{X}$  и  $\tilde{\sigma}$  -выборочные значения средней длительности обслуживания и ее стандарт.

Проверить гипотезу  $H_0: X_A = X_B$  при  $H_1: X_A \neq X_B$  используя приближенный критерий Стьюдента при уровне значимости  $\alpha=0,1$ . В соответствии с конкурирующей гипотезой  $H_1$  критическое значение  $t$  соответствует двухсторонней критической области.

Приведенное значение критерия

$$t(0,1;7;11) = \frac{65^2}{8} t\left(\frac{0,1}{2}, 7\right) + \frac{30^2}{12} t\left(\frac{0,1}{2}, 11\right) = 528 \cdot 1,89 + 75 \cdot 1,8 = 1133.$$

$$L = \frac{1133}{\sqrt{\frac{65^2}{8} + \frac{30^2}{12}}} - |205 - 160| = 46,16 - 45 = 1,15$$

Так как  $L > 0$  то с вероятностью  $\beta=1-\alpha=0,9$  можно признать, что разница между средними несущественна.

Если изучаемые признаки имеют закон распределения, существенно отличающийся от нормального, то используют критерии, не зависящие от характера распределения, т.е. непараметрические критерии. В этом случае однородность выборок оценивается равенством характеристик положения и рассеяния контролируемого признака. Задачи решают используя критерии «Ван-дер-Вардена» (Х-критерий), Уайта (Т- критерий), дисперсионный анализ, критерий Смирнова-Колмогорова, методы квартилей и медиан.

Если сравнению подвергаются не две, а большее число выборок, связанных между собой и образующих пары, то критерий достоверности различий средних значений:

$$t_p = \frac{\bar{d}}{S_d},$$

где  $\bar{d}$  -усредненная разность среднеарифметических значений.

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n(n-1)}},$$

где  $S_d$ -ошибка средней разности;  $d$ - разность среднеарифметических значений внутри пар;  $n$ - число независимых, попарно связанных наблюдений (число МИС, где испытывались две жатки; число сезонных испытаний; число агрофонов для сравнительных испытаний 2 жаток и т.д.)

Проиллюстрируем процедуру сравнения на примере решения некоторых задач.

### Задача.

На полеглом стеблестое проведены сравнительные испытания жаток Ж<sub>1</sub> и Ж<sub>2</sub>. Их работу оцениваем параметром  $\bar{X}$  -средним числом зерен, потерянных на 1 м<sup>2</sup> поля после прохода жаток (табл.6).

Потери за жатками.

Таблица 6.

Номер пар наблюдений	Направление движения жатки	$\bar{X}$		Разность d
		Ж <sub>1</sub>	Ж <sub>2</sub>	
1	Вперед	30	21	9
2	Назад	15	14	1
3	Поперек	21	16	5
Сумма		66	51	15
Среднее значение		22	17	$\bar{d}=5$

Из приведенных данных видно, что потери за жаткой Ж<sub>2</sub> меньше чем за жаткой Ж<sub>1</sub>. Необходимо выяснить, достоверна ли эта разница или обе выборки принадлежат к одной генеральной совокупности. В соответствии с поставленной задачей нулевая гипотеза  $H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2$ , а конкурирующая  $H_1: \bar{X}_1 > \bar{X}_2$ . Так как критическая область является односторонней, то вероятность ошибки I рода равна  $\alpha$ .

Ошибка средней разности:

$$S_d = \sqrt{\frac{(9^2 + 1^2 + 5^2) - \frac{15^2}{3}}{3 \cdot 2}} = 2,31 \text{ зерна}$$

$$\text{Критерий достоверности различий средних: } t_p = \frac{5}{2,31} 2,16.$$

Для числа степеней свободы  $\nu=3-1=2$  и  $\alpha=0,05$  табличное значение критерия Стьюдента  $t_{\alpha}=2,92$ . Так как  $t_p > t_{\alpha}$ , то с вероятностью 95% можно утверждать, что разница между средними случайна.

### Задача.

В различных условиях проводились сравнительные испытания двух одинаковых жаток. Общие потери зерном в разных опытах за жаткой Ж<sub>1</sub> составили: 0,6; 0,6; 0,72; 0,41; 0,79; 1,22; 1,28; 0,85%. Аналогичные потери за жаткой Ж<sub>2</sub> составили: 0,1; 0,26; 0,33; 0,19; 0,72; 2,56; 1,9; 1,7%. Статистический характер обеих выборок существенно отличается от нормального.

Необходимо оценить, принадлежат ли потери за обеими жатками одной генеральной совокупности или же условия работы оказали существенное влияние на уровень потерь за жатками. В соответствии с поставленной задачей нулевая гипотеза  $H_0: F_1(\bar{X}_1) = F_2(\bar{X}_2)$  состоит в том что выборки однородны и принадлежат к одной генеральной совокупности. Конкурирующая гипотеза  $H_1: F_1(\bar{X}_1) \neq F_2(\bar{X}_2)$  утверждает обратное. Так как критическая область является двухсторонней, то вероятность ошибки I рода равна  $\alpha/2$ .

Все члены сравниваемых выборок расположим в возрастающем порядке в один ранжированный ряд. Каждой вариане (измерению) присвоим порядковый номер (ранг). Одинаковым по величине членам присваивается средний, один и тот же ранг (табл.7).

Потери, %	0,1	0,19	0,26	0,33	0,41	0,6	0,6	0,72	0,72	0,79	0,85	1,22	1,28	1,7	1,9	2,56
Ранг	1	2	3	4	5	6,5	6,5	8,5	8,5	10	11	12	13	14	15	16
Номер жатки	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2

Чем значительнее расхождение между выборками, тем большей будет разница между суммами их рангов.

Сравним работу обеих жаток по уровню настройки с помощью метода квартилей. С этой целью все  $N=16$  наблюдений разделим на 4 интервала, содержащие  $n=16:4=4$  наблюдений каждый. Квартильными значениями данной совокупности являются  $X^{(4)}$ ,  $X^{(8)}$ ,  $X^{(12)}$ . Определим число измерений по каждой жатке, попавших в тот или иной интервал (табл.8)

Распределение замеров по интервалам

Таблица 8.

Обозначение жатки	Номер квартильного интервала			
	1	2	3	4
$Ж_1$	-	4	3	1
$Ж_2$	4	-	1	3
Всего	4	4	4	4

Для  $Ж_1$  сложим частоту двух первых и двух последних интервалов:

$$n_{I1} = 4; n_{I2} = 3 + 1 = 4;$$

Аналогично для  $Ж_2$  получим  $n_{II1} = 4; n_{II2} = 4$

Теоретическая частота:  $n_I^T = n_{II}^T = \frac{8}{2} = 4$

Наблюдаемое значение «хи-квадрат»:

$$\chi^2 = \frac{(n_{I1} - n_{I1}^T)^2 + (n_{I2} - n_{I1}^T)^2}{n_{I1}^T} + \frac{(n_{II1} - n_{II}^T)^2 + (n_{II2} - n_{II}^T)^2}{n_{II}^T} =$$

$$= \frac{(4 - 4)^2 + (4 - 4)^2}{4} + \frac{(4 - 4)^2 + (4 - 4)^2}{4} = 0.$$

Для уровня значимости  $\alpha=0,05$  и числа степеней свободы  $\nu=2-1=1$  критическое значение  $\chi_{кр.}^2=3,8$ . Т.к.  $\chi_{кр.}^2 > \chi_{набл.}^2$ , то принимаем нулевую гипотезу о том, что настройка жаток одинакова и полученные выборки однородны.

Решаем эту же задачу, используя критические точки метода Вилкоксона [1]. Этот метод применим к случайным величинам, распределения которых неизвестны; требуется лишь, чтобы величины были непрерывными.

Так как объемы выборок по обоим жаткам одинаковы,  $N_1=N_2=8$ , то величину наблюдаемого коэффициента Вилкоксона можно определять по любой из них. Поэтому, определяем сумму порядковых номеров (см.табл.7) рангов по выборке, например  $Ж_2$ .

$$W_{набл.} = 1+2+3+4+8,5+14+15+16=63,5.$$

Для двухсторонней критической области нижняя критическая точка :

$$W_{нижн}\left(\frac{\alpha}{2}, N_1, N_2\right) = 51.$$

Верхняя критическая точка:

$$W_{\text{верх}} = (N_1 + N_2 + 1)N_1 - W_{\text{нижн}} = 17 \cdot 8 - 51 = 85.$$

Поскольку  $W_{\text{ниж}} < W_{\text{набл}} < W_{\text{верх}}$ , то нет оснований отвергнуть нулевую точку об однородности выборок при уровне значимости  $\alpha=0,1$ .

### Задача.

На уборке пшеницы проводились сравнительные испытания жаток Ж<sub>1</sub> и Ж<sub>2</sub> с целью определения разницы по толщине валка(табл.9)

Результаты замеров.

Таблица 9.

Вариант условий		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Толщина валка, см	Ж <sub>1</sub>	12,9	11,7	13,4	10	13	16,3	11	14,8	18	15	13,1	14
	Ж <sub>2</sub>	12,2	12,5	12	14,1	15,2	16,8	14,9	16,4	24	22	20	17

При уровне значимости  $\alpha=0,1$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : F_1(\mathcal{X}_1) = F_2(\mathcal{X}_2)$  об однородности обоих выборок, конкурирующая гипотеза  $H_1 : F_1(\mathcal{X}_1) \neq F_2(\mathcal{X}_2)$ . По условию критическая область – двусторонняя. Для нее нижняя критическая точка  $W_{\text{нижн}}\left(\frac{\alpha}{2} = 0,05, N_1 = N_2 = 12\right) = 120$

Располагаем варианты обоих выборок в вариационный ряд и присваиваем им соответствующие номера (табл.10).

Ранжирование толщины валка.

Таблица 10.

Ранг	Варианта	№ жатки
1	10	1
2	11	1
3	11,7	1
4	12	2
5	12,2	2
6	12,5	2
7	12,9	1
8	13	1
9	13,1	1
10	13,4	1
11	14	1
12	14,1	2
13	14,8	1
14	14,9	2
15	15	1
16	15,2	2
17	16,3	1
18	16,4	2
19	16,8	2
20	17	2
21	18	1
22	20	2
23	22	2
24	24	2

Сумму рангов можно определить по любой жатке, т.к.  $N_1 = N_2$ . Введем расчет по  $Ж_1$ :

$$W_{\text{набл.}} = 1+2+3+7+8+9+10+11+13+15+17+21 = 117.$$

Верхняя критическая точка:

$$W_{\text{верх}} = (12 + 12 + 1)12 - 120 = 180.$$

Поскольку  $W_{\text{ниж}} > W_{\text{набл}} < W_{\text{верх}}$ , то с вероятностью 90% можно утверждать: выборки принадлежат разным генеральным совокупностям и жатка  $Ж_2$  укладывает более вспушенный валок при одинаковых условиях работы.

#### **4.4. Установление вероятностных связей между факторами и результатом испытаний.**

Факторы, как и их результат, могут иметь количественное или качественное выражения. Примером первого из них является: глубина пахоты, скорость машины, урожайность и т.д. Примером качественных (безразмерных) показателей являются: вид убираемой культуры, применяемая технология, условия движения комбайна “за” или “против” полеглости стеблей.

Если факторы имеют количественное выражение, то для оценки их связи применяют корреляционный или регрессионный анализы. Если же факторы имеют качественное и количественное выражение, то применяют дисперсионный анализ. Каждый из этих анализов позволяет определить удельную значимость факторов или решить экстремальную задачу - отыскать такие факторы, которые обеспечивают получение оптимальных результатов.

Примерами корреляционных задач являются: изучение влияния влажности почвы на энергозатраты при её пахоте, полеглости стеблей на качество формирования валка, частоты вращения молотильного барабана на потери от недомолота и дробления и т.д.

Наличие корреляции вскрывает внутреннюю сущность процесса и облегчает его анализ. Например, если корреляция установлена между двумя признаками изделий (процессов), то достаточно контролировать только один, что удешевляет и ускоряет проведение испытаний.

Примеры экстремальных задач: обоснование ширины захвата плуга, при которой общая сумма прямых издержек на пахоте будет минимальной; выбор оптимальной высоты среза стеблей, при которой будут наименьшие потери при скашивании, подборе и обмолоте, и т.д.

Для установления вероятностных связей между факторами и результатом испытаний необходимо обеспечить выполнение следующих правил:

- а) факторы должны непосредственно влиять на результат эксперимента;
- б) различные комбинации факторов должны быть осуществимы и безопасны. Нельзя, например, назначить низкий срез стеблей или высокую скорость передвижения комбайна при работе на неровном рельефе поля;
- в) исследователь должен иметь возможность поддерживать значения факторов в течение всего опыта. Поэтому в качестве фактора сложно, например, использовать погоду, влажность почвы и т.д.;
- г) погрешность при замере величины фактора не должна превышать допустимую точность результата эксперимента;

д) результат эксперимента должен иметь простой смысл и существовать для всех состояний изучаемого процесса.

Применительно к случайным величинам  $X$  и  $Y$  следует различать понятия «зависимость» и «коррелированность». Случайная величина  $X$  является независимой от случайной величины  $Y$ , если закон распределения  $Y$  не зависит от того какое значение принимает величина  $X$ . В противном случае величины  $X$  и  $Y$  являются зависимыми.

Две случайных величины  $X$  и  $Y$  могут быть зависимыми благодаря третьей случайной величине  $T$ . Если  $X$  воздействует на  $T$ , а  $T$  в свою очередь воздействует на  $Y$ , то между  $X$  и  $Y$  может и не быть корреляционной связи. Поэтому зависимые случайные величины могут быть коррелированными и некоррелированными. Но корреляция всегда соответствует зависимости случайных величин. Отметим, что независимые случайные величины всегда некоррелированы.

При функциональной зависимости случайных величин их корреляционная связь определяется однозначно, например,  $X=Y^2$ ,  $X=3Y-Y^2$  и т.д.

При вероятностной зависимости, зная  $Y$ , нельзя точно указать значения  $X$ . Вероятностная зависимость может быть сильной или слабой. Пример вероятностной зависимости между ростом  $X$  и массой человека  $Y$ :  $Y=100-X$ .

При линейной зависимости  $X$  и  $Y$  теснота их связи характеризуется

$$\text{коэффициентом корреляции } r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y},$$

где  $n$  - число составляющих пар  $x_i$  и  $y_i$ , т.е. число элементарных опытов;

$\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  - статистические параметры выборок.

Если случайные величины  $X$  и  $Y$  связаны пропорциональной зависимостью (положительная корреляция), то  $0 \leq r \leq 1$ . Примером такой корреляции является связь между урожайностью стеблевой массы и линейной плотностью валка формируемого жаткой. При  $r = 0.2 \dots 0.3$  корреляция считается слабой, при  $r = 0.5 \dots 0.6$  - средней, при  $r \geq 0.7$  - сильной. Если случайные величины  $X$  и  $Y$  связаны обратной пропорциональной зависимостью (отрицательная корреляция), то  $-1 \leq r \leq 0$  (например, увеличение окружной скорости барабана измельчителя приводит к уменьшению длины резки стеблей).

Если  $r=0$ , то это еще не говорит об отсутствии корреляционной зависимости, так как эта зависимость может оказаться нелинейной. Поэтому выявление зависимости  $Y(X)$  надо начинать с нанесения результатов эксперимента на координатную плоскость. При этом может оказаться, что эмпирические точки с достаточной точностью лягут на параболу или на иную простую линию, тогда эта линия определит функциональную зависимость  $Y(X)$ . Такую нелинейную зависимость можно исследовать на небольших интервалах изменения  $X$ , приближенно полагая ее линейной, либо можно добиться линейности с помощью предварительного преобразования переменных логарифмированием или другим методом.

Так как выборка отбирается случайно, то еще нельзя заключить, что коэффициент корреляции генеральной совокупности  $r_{\Gamma}$  также отличен от нуля. Поэтому возникает необходимость при заданном уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: r_{\Gamma}=0$  при конкурирующей гипотезе



$H_1: r_{\Gamma} \neq 0$ . Если  $H_0$  отвергается, то это означает что выборочный коэффициент корреляции  $r$  значимо отличается от нуля, а  $X$  и  $Y$  связаны линейной зависимостью. Если нулевая гипотеза будет принята, то  $r$  незначим. В данном случае критическая область принятия гипотезы двусторонняя.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы принимают [1]

$$t_p = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Критическую точку  $t_{KP}(\alpha, k)$  для двусторонней критической области определяют по таблице коэффициентов Стьюдента по заданной величине  $\alpha$  и числу степеней свободы  $k = n-2$ , где  $n$  – объем выборки.

Если  $|t_p| < t_{KP}$  – нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Если  $|t_p| > t_{KP}$  – нулевую гипотезу отвергают.

Отметим, что величина  $t_p$  увеличивается при увеличении  $r$  и числа выборок  $n$ . Напротив величина  $t_T$  не зависит от  $r$  и уменьшается с увеличением  $n$ . Поэтому корреляция достоверна при  $t_p > t_T$ .

Для генеральной совокупности коэффициент корреляции ограничен пределами

$$r - \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}} < r_{\Gamma} < 1 + \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}.$$

#### Задача.

Оценить взаимосвязь между толщиной и шириной валка, формируемого жаткой, используя результаты полевого эксперимента. (табл. 11).

Таблица 11

Предварительная статистическая обработка результатов эксперимента (размеры в см)

Номер замера	Толщина валка $x$	Ширина валка $y$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$
1	11	112	-2	-12	4	144	24
2	11	118	-2	-6	4	36	12
3	12	122	-1	-2	1	4	2
4	13	122	0	-2	0	4	0
5	13	124	0	0	0	0	0
6	13	125	0	1	0	1	0
7	14	126	1	2	1	4	2
8	14	131	1	7	1	49	7
9	14	128	1	4	1	16	4
10	15	132	2	8	4	64	16
Сумма	130	1240	0	0	16	322	67

Средние арифметические значения толщины валка  $\bar{x} = 130:10 = 13$  см, ширины  $\bar{y} = 1240:10 = 124$  см.

Средние квадратические отклонения значений ширины и толщины валка:

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{16}{10-1}} = 1.33 \text{ см}, \quad \tilde{\sigma}_y = \sqrt{\frac{322}{10-1}} = 6 \text{ см}.$$

$$\text{Коэффициент корреляции } r = \frac{67}{10 \cdot 1.33 \cdot 6} = 0.837.$$

$$\text{Ошибка коэффициент корреляции } S_r = \frac{1 - 0.837^2}{\sqrt{10-1}} = 0.1.$$

Следовательно,  $0.737 \leq r \leq 0.937$ , поэтому корреляцию следует признать сильной.

$$\text{Расчётная величина критерия Стьюдента } t_p = \frac{0.837}{\sqrt{1 - 0.837^2}} \cdot \sqrt{10-2} = 4.31.$$

Для  $k = 10 - 2 = 8$  и  $\alpha = 0.05$  получим для двусторонней критической области  $t_T = 2.31$ .

Так как  $t_p > t_T$ , то следует признать существование положительной корреляции между толщиной и шириной вала формируемого жаткой.

Зельдович Я.Б. установил, что с вероятностью 98% корреляционная связь существует при  $|r| \geq \frac{2}{\sqrt{n-1}}$ . В нашем случае  $0.837 \geq \frac{2}{\sqrt{10-1}} = 0.67$ .

### **Задача.**

Исследовать связь между скоростью жатки (фактор X), толщиной валка (фактор Y) и проседанием валка к моменту подбора (фактор Z). Выборочные коэффициенты корреляции:  $r_{xy}=0.806$ ;  $r_{xz}=0.398$ ;  $r_{yz}=0.04$ .

Как видим, связь между факторами Y и Z практически отсутствует. Однако, можно предположить, что чем толще валок, тем сильнее будет его осадка. Возможно значение коэффициента  $r_{yz}$ , получилось малым из-за того, что замеры проводились на разных скоростях жатки. Исключим влияние фактора X и определим частную корреляцию между Y и Z:

$$r_{yz \cdot x} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{xz}^2)}} = \frac{0.04 - 0.806 \cdot 0.398}{\sqrt{(1 - 0.806^2) \cdot (1 - 0.398^2)}} = -0.52.$$

Итак, между толщиной валка и его проседанием сквозь стерню в действительности существует обратная тесная связь.

Если результат эксперимента зависим от нескольких факторов, то эту связь можно выразить уравнением регрессии.

Методику использования уравнений регрессии можно проиллюстрировать следующими примерами.

### **Задача.**

Написать уравнения, характеризующие зависимость величины Y (потери зерна, %) от величины X (скорости движения, км/ч) для жаток Ж<sub>1</sub> и Ж<sub>2</sub> (табл.12).

Номер замера	Ж <sub>1</sub>				Ж <sub>2</sub>			
	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$
1	6	1	6	36	6	0.4	2.4	36
2	6.4	0.7	4.5	41	6.5	0.5	3.25	42.5
3	6.7	1.1	7.36	45	7	0.9	6.3	49
4	9.3	1	9.3	86.1	10	1.2	12	100
5	9.5	1.5	14.25	90	10.2	0.8	8.15	104
6	10	1.2	12	100	9	0.7	6.3	81
7	13	1.6	20.8	169	13	1.1	14.3	169
8	13.5	1.9	26.7	174	13	1.5	19.5	169
9	14	1.7	23.9	196	14	1.4	19.6	196
Сумма	88.4	11.7	124.81	937.1	79.7	8.5	92.1	946.5

В первом приближении примем линейную зависимость потерь от скорости движения жатки:  $Y=ax+b$ . Параметры этого эмпирического уравнения определяются по методу наименьших квадратов:

$$a = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad b = \frac{1}{n} \cdot (\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i).$$

Для жатки Ж<sub>1</sub>:

$$a = \frac{9 \cdot 124.81 - 88.4 \cdot 11.7}{9 \cdot 937.1 - (88.4)^2} = 0.144[\% \cdot ч / км];$$

$$b = \frac{1}{9} \cdot (11.7 - 0.144 \cdot 88.4) = -0.114[\%], \text{ а уравнение связи имеет вид}$$

$$y=0.144x-0.114;$$

Для жатки Ж<sub>2</sub>:

$$a = \frac{9 \cdot 92.1 - 79.7 \cdot 8.5}{9 \cdot 946.5 - (79.7)^2} = 0.070[\% \cdot ч / км];$$

$$b = \frac{1}{9} \cdot (8.5 - 0.070 \cdot 79.7) = 0.324[\%], \text{ а уравнение связи имеет вид}$$

$$y=0.07x+0.324.$$

Гипотезы об адекватности (соответствии) полученных линейных уравнений результатам наблюдений проверяют критерием Фишера. Его расчётная величина равна соотношению дисперсий:

$$F_p = \frac{\overline{D}_y}{D_{ост}},$$

где  $\bar{D}_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - (\bar{y})^2$  - дисперсия критерия эффективности;

$\bar{y}$  - среднеарифметическая величина по Y;

$$D_{ост} = \frac{1}{f_{ост}} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - y_p)^2 \text{ - остаточная дисперсия,}$$

$f_{ост} = n - (k + 1)$  - число степеней свободы знаменателя в выражении  $F_p$ ;

$k=1$  - число факторов;  $n$  - число наблюдений;

Следовательно,  $f_{ост} = 9 - (1 + 1) = 7$ .

Отметим, что источником остаточной дисперсии может быть ошибка в эксперименте или ошибка возникшая при неправильном выборе вида уравнения.

Число степеней свободы числителя в выражении  $F_p$  равно

$$f_y = n - 1 = 9 - 1 = 8.$$

Если  $F_p > F_T$ , то гипотеза об адекватности линейных уравнений не отвергается.

Табличные значения критерия Фишера (Приложение 5):

$$F_T = F_{\alpha}(f_y, f_{ост}) = F_{0.05}(8; 7) = 3.73,$$

где  $\alpha$  - вероятность ошибки I- го рода, т.е. вероятность отвергнуть верную гипотезу.

Для жатки “Ж 1”

$$\bar{y} = \frac{11.7}{9} = 1.3; \tilde{D}_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - (\bar{y})^2 = \frac{1^2 + 0.7^2 + 1.1^2 + \dots + 1.7^2}{9} - (1.3)^2 = 0.138.$$

Величина  $y_p$  определяется по полученному линейному уравнению. Например, применительно ко 2-му замеру жатки “Ж 1” имеем:

$$y_p = 0.144 \cdot 6.4 - 0.114 = 0.8076.$$

$$\begin{aligned} D_{ост} &= \frac{1}{7} \cdot [(1 - 0.75)^2 + (0.7 - 0.8076)^2 + (1.1 - 0.8508)^2 + (1 - 1.2252)^2 + (1.5 - 1.254)^2 + \\ &+ (1.2 - 1.326)^2 + (1.6 - 1.758)^2 + (1.9 - 1.83)^2 + (1.7 - 1.902)^2] = \\ &= \frac{1}{7} \cdot (0.0625 + 0.01 + 0.062 + 0.05 + 0.0625 + 0.0159 + 0.025 + 0.005 + 0.04) = 0.033. \end{aligned}$$

$$\text{Величина } F_p = \frac{0.138}{0.033} = 4.18.$$

Следовательно, для жатки “Ж 1”  $F_p = 4.18 > F_T = 3.73$  и полученное линейное уравнение подтверждается с вероятностью  $\beta = 1 - \alpha = 0.95$ .

Аналогично, применительно к жатке “Ж 2” имеем:

$$\bar{y} = 0.94, \tilde{D}_y = 0.139, D_{ост} = 0.007.$$

$$\text{Следовательно, } F_p = \frac{0.139}{0.007} = 19.8.$$

Так как  $F_p = 19.8 > F_{0.01}(8;7) = 6.84$ , то можно считать, что линейное уравнение, описывающее потери зерном за жаткой “Ж 2” подтверждается с вероятностью  $\beta = 0.99$  (т.е. 99%).

Если результат эксперимента зависит от нескольких факторов, то регрессионная модель усложняется и принимает вид:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i,j} \beta_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i^2 + \varepsilon,$$

где  $k$ -количество исследуемых факторов,

$X_i, X_j$ - независимые факторы с линейными эффектами,

$X_i X_j$ - эффекты взаимодействия,

$\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ - параметры модели, значения которых определяются при испытаниях,

$\varepsilon$ - остаток, характеризующий ошибку эксперимента и ошибку выбора математической модели.

Вид модели (ее порядок) в значительной мере определяется величиной интервала изменения исследуемых факторов. Чем меньше эти интервалы, тем вероятнее ее соответствие линейному уравнению регрессии.

Отметим, что даже при  $k=3$  и без учета эффектов второго порядка,  $X_i^2$ , потребовался большой объем экспериментов [4]. Многофакторные регрессионные модели используют при стендовых испытаниях в лабораторных условиях [7].

#### **4.5. Методы статистического анализа безразмерных (качественных) факторов.**

Работоспособность сельхозтехники определяют конструктивные, производственно-технологические и эксплуатационные факторы. Зная какое влияние они оказывают на качество работы и надежность техники можно целенаправленно ими управлять, принимая решения технологического или организационного характера. Значительная часть этих факторов не имеет количественной меры. Эта особенность предопределяет методы их изучения и оценки.

К группе безразмерных факторов конструктивного характера можно отнести: типы рабочих органов с близким служебным назначением (например, разнообразные типы режущих аппаратов жаток); особенности дизайна (например, выбор цвета машины); схемно-конструктивное решение (например, выбор типа привода); показатели приспособленности техники к обслуживанию и ремонту; требования по экологии и охране труда и т.д.

К группе безразмерных факторов производственно-технологического характера можно отнести: способ конструктивного оформления мест разъема и сопряжений элементов машины; способы сварки обеспечивающие минимальные остаточные деформации и напряжения; принятые на предприятии-изготовителе методы достижения точности сборочных работ (полная или неполная взаимозаменяемость, применение неподвижных или подвижных компенсаторов) и т.д.

К группе безразмерных эксплуатационных факторов следует отнести условия работы машины (например, **характер движения агрегата по полю**, вид и состояние убираемой с.-х. культуры); уровень квалификации оператора, формы и способы ремонта и обслуживания техники и т.д.

Большинство вышеуказанных факторов являются комплексными, они характеризуют совокупность свойств техники и ее реакцию на внешние условия. Для количественной оценки безразмерных факторов применяют бальную систему характеризующую их значимость.

При наличии большого объема упорядоченной информации ее подвергают дисперсионному анализу. Отметим, что этот анализ применим когда исследуемые выборки распределены нормально и имеют одинаковую, хотя и неизвестную дисперсию. Дисперсионный анализ позволяет проверить нуль-гипотезу  $H_0: M(X_1)=M(X_2)=\dots=M(X_K)$  о равенстве математических ожиданий случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_K$  и значимость различий выборочных средних. На практике этот анализ позволяет установить существенность влияния некоторых безразмерных факторов и их уровней на изучаемый процесс или показатель качества. Например, если требуется выяснить какой вид удобрений наиболее эффективен для получения качественного урожая, то уровнем фактора является вид удобрения.

Решение задач дисперсионного анализа заключается в разложении полной дисперсии, характеризующей изменчивость признака на сумму дисперсий

$$D_{\Pi}(Y) = \sum_{i=1}^l D_i(Y) + D_{ош}(Y),$$

где  $Y$ - исследуемый признак,

$D_{\Pi}(Y)$  - полная (общая) дисперсия случайной величины  $Y$ ,

$D_i(Y)$  - частная дисперсия признака в результате воздействия  $i$ -го фактора или взаимодействия факторов,

$l$ - количество исследуемых факторов и их взаимодействий,

$D_{ош}(Y)$  - дисперсия характеризующая ошибку наблюдений.

Основная идея дисперсионного анализа состоит в сравнении этих дисперсий с помощью одностороннего критерия Фишера

$$F_P = \frac{D_i(Y)}{D_{ош}(Y)} > F_{\alpha}(f_1, f_2),$$

Если  $F_P > F_{\alpha}(f_1, f_2)$  то влияние  $i$ -го фактора или взаимодействия факторов признается существенным.

Сила влияния фактора определяется по формуле  $\eta_i = \sqrt{\frac{D_i(Y)}{D_{\Pi}(Y)}}$ .

В связи с тем, что значения теоретических дисперсий неизвестны, то в вышеприведенных зависимостях вместо дисперсий используют их выборочные оценки.

Примеры решения однофакторных задач дисперсионного анализа приведены в [1, 3] и других источниках.

В более сложных случаях оценивают воздействие нескольких факторов на нескольких уровнях и выясняют влияние их комбинаций на результат (многофакторный анализ) [4, 7].

Недостатком, ограничивающим применение дисперсионного анализа при испытаниях сельхозтехники является необходимость проведения большого объема наблюдений. Для их сокращения можно применять планы с ограничениями на рандомизацию, например планы типа «квадрат». Однако такие планы не позволяют оценивать влияние эффектов взаимодействия факторов [7].

Для обеспечения изделиям высокого качества часто приходится принимать трудно предсказуемые решения. Примером таких ситуаций является выбор цвета машины, оценка экологических последствий различных способов уборки урожая, способов обработки почвы и т.д. Применяемость того или иного варианта часто трудно определить аналитическим или эмпирическим приемами. Предварительный прогноз позволил бы не только выбрать оптимальное решение, ориентируясь на количественные и безразмерные факторы, но и исключить несущественные факторы. Такой подход позволяет значительно сократить объем испытаний.

Методы прогнозирования появились сравнительно недавно. Их разработка является результатом стремлений заполнить пробел между требованиями технического задания и оценкой достигнутого уровня на стадии испытаний.

Задачи прогнозирования решают методом сравнения с прототипом или экспертным методом. Первый из методов прост и позволяет получить удовлетворительную оценку для несложных изделий.

Экспертный метод применяют при отсутствии явных прототипов. Предварительно устанавливают набор возможных решений по исследуемой характеристике. Безусловный отбор какого-то одного решения вносит элемент субъективности и может привести к недостоверным результатам. Объективность оценки повышается, если в этом предварительном этапе участвует большее число экспертов. Экспертами могут быть специалисты обладающие предварительной информацией об изучаемом процессе или объекте. Численность экспертной группы 5-12 человек, ее состав определяется из условия достижения требуемой вероятности правильного ответа. Обычно экспертам предлагается оценить 5-9 различных факторов или уровней одного фактора. При большем числе снижается объективность оценок. Эксперты каждому из возможных решений присваивают определенный бал исходя из того насколько он близок к оптимальному значению критерия.

Подробная методика экспертного исследования приведена в [3, 4, 7]. Важными условиями являются: искренность и независимость мнений экспертов, их ответы должны быть однозначными.

В качестве примера приведем проведенную нами экспертную оценку вариантов схем молотильных устройств зерноуборочного комбайна в 2010 году (табл. 14)

Таблица 14

Коэффициенты весомости вариантов

Номер варианта	Варианты схем	Эксперты					Сумма коэффици- ентов $\sum_{i=1}^N a_i$	Уклонение от среднего арифмети- ческого $d_i$	$d_i^2$
		1	2	3	4	5			
1	Классическая схема (ДОН-1500)	3	1	1	1	3	9	1	1
2	Роторное молотильное устройство	2	6	2	3	1	14	-4	16
3	Двухбарабанное молотильное устройство	1	1	1	1	1	5	5	25
4	Предварительный обмолот в наклонной камере	3	1	4	3	4	15	-5	25
5	Другие варианты	1	1	2	2	1	7	3	9

Сумма коэффициентов весоности для каждого эксперта

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 10,$$

Где  $a_{ij}$  - коэффициент весоности указанный  $j$ -м экспертом для  $i$ -го варианта;  $n$ -число вариантов схем.

Из таблицы видно, что эксперты отдали предпочтение 2 и 4 схемам (14 и 15 баллов). Менее перспективными признаны схемы 3 и 5 (5 и 7 баллов).

Средний коэффициент весоности каждой из конструктивных схем

$$\bar{a}_i = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n a_{ij}}{n} = \frac{9+14+5+15+7}{5} = 10$$

Здесь  $N$ - число экспертов.

Уклонение от среднего арифметического  $d_i = \bar{a}_i - \sum_{i=1}^n a_{ij}$

Например для второй схемы  $d_2 = 10 - 14 = -4$ .

Для оценки согласованности мнений экспертов используется метод ранговой корреляции, в том числе коэффициент конкордации, который может определяться разными приемами.

**Первый вариант** расчета коэффициента конкордации

$$W_1 = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{N^2 \cdot (n^3 - n)} = \frac{12 \cdot (1 + 16 + 25 + 25 + 9)}{5^2 \cdot (5^3 - 5)} = \frac{12 \cdot 76}{600} = 1,52.$$

Значимость  $W_1$  проверяют сопоставлением с величиной  $\chi^2$  – критерия. Если расчетная величина  $\chi_P^2 = N(n-1)W_1$  [7] больше табличной величины  $\chi_T^2$  то это означает, что мнения экспертов достаточно согласованы. Определим  $\chi_T^2$  при  $\beta=0,8$  и числе степеней свободы  $k=n-1=5-1=4$ . В нашем случае

$\chi_P^2 = 5,4 \cdot 1,52 = 30,4 > \chi_{(0,8;4)}^2 = 1,65$ , следовательно, оценки экспертов согласованы.

**Второй вариант** расчета коэффициента конкордации

$$W_2 = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i|}{\bar{a}_i \cdot N} = \frac{(1 + 4 + 5 + 5 + 3)}{10 \cdot 5} = 0,36.$$

При  $W_2 = 0$  принимается полная согласованность мнений экспертов. При  $W_2 = 1$  такая согласованность отсутствует. Отметим, что согласованность оценок экспертов не гарантирует высокую вероятность правильного решения. Поэтому экспертная оценка проводится в том случае, когда для решения вопроса нет более объективных методов.



#### 4.6. Оценка качества продукции по частоте появления редких событий.

Сплошной контроль продукции в большинстве случаев невозможен, поэтому ограничиваются контрольной выборкой из генеральной совокупности. Организация такого контроля должна строго регламентироваться, чтобы исключить брак у поставщика и потребителя. Причиной появления дефектной продукции при хорошо организованном производстве является совпадение некоторых негативных факторов. Такая ситуация соответствует произведению вероятностей этих факторов, поэтому появление дефектной продукции является редким событием (отказ, поломка, брак и т.п.). Следует отметить, что качество продукции наиболее рельефно характеризуется именно такими событиями, а не устойчивой работой.

Способ контроля и метод обработки статистического массива зависит от рассматриваемого объекта или процесса. Если отслеживается качество изделий собранных в накопителе (бункере, складе и т.п.) то берется выборка объемом  $I_\beta$ , определяются её статистические характеристики, которые сравнивают с требованиями норматива. Производство однородной продукции можно представить множеством единичных опытов, каждый из которых может заканчиваться двумя несовместимыми исходами: получить годное или дефектное изделие; отказ или работоспособное состояние объекта.

Если отслеживается качество процесса на участке длительностью  $I_\beta$ , то фиксируются, например, интервалы между появлением дефектной продукции. Размерностью этих интервалов может быть время, расстояние, число годных деталей между появлением бракованных и т.д.. Для этих интервалов определяют статистические характеристики.

Редкие события, как правило, появляются поодиночке, а не парами, тройками и т.д., они независимы друг от друга. Групповое появление таких событий не может быть случайным, оно свидетельствует о какой-то существенной неисправности (выкрашивание лезвия резца, срыве или поломке одного из сегментов режущего аппарата и т.д.).

Оценка качества продукции по частоте появления редких событий зависит от закона распределения редких событий. Если распределение имеет биномиальный характер, то наиболее точные результаты обеспечивает применение формул Бернулли. При Гауссовском распределении используют формулы Лапласа, но удовлетворительные результаты достигаются при значительной величине  $I_\beta$ . Дифференциальные кривые Гауссовского и Пуассоновского (экспоненциального) распределений при уменьшении вероятности асимптотически стремятся к оси

абсцисс. В этой зоне указанные кривые слабо различимы. Поэтому при вероятности появления редких событий

$P < 2...3\%$  используют в расчётах формулы Пуассона.

Вначале рассмотрим решение задач применительно к накопленному объёму  $n$  однородных объектов. Обозначим бракованное изделие как  $x_i = 1$ . В этом случае статистическая оценка математического ожидания  $m$  редкого

события  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ , где  $\sum_{i=1}^n x_i$  – число редких событий в данной выборке.

Одновременно  $\bar{x}$  является частотой появления такого события. Величина  $(1 - \bar{x})$  является частотой появления событий, для которых  $x_i = 0$ . Статистическая оценка дисперсии по выборке

$$\overline{D}(x) = (0 - \bar{x})^2 (1 - \bar{x}) + (1 - \bar{x})^2 \bar{x} = \bar{x}(1 - \bar{x}).$$

Соответственно величина дисперсии  $D(x) = m(1-m)$ .

Если в каждом одиночном и независимом испытании, появление какого-либо события постоянно, то вероятность  $P_n(k)$  появления  $k$  таких событий в  $n$  испытаниях характеризуется биномиальным распределением и определяется по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \cdot \bar{x}^k \cdot (1 - \bar{x})^{n-k}.$$

**ЗАДАЧА.** Вероятность не приживаемости единичного саженца  $\bar{x} = 0,1$ .

Следовательно, вероятность того, что из  $n=20$  саженцев не приживётся один

$$P_{20}(1) = \frac{20!}{19! \cdot 1!} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^{19} = 0,27.$$

Аналогично для двух, трех и большего числа саженцев  $P_{20}(2) = 0,285$ ,  $P_{20}(3) = 0,19$ ,  $P_{20}(4) = 0,09$ ,  $P_{20}(5) = 0,032$  и т.д.

Формула Бернулли обеспечивает высокую точность, но расчёт получается громоздким из-за определения факториалов при больших числах  $n$  и  $k$ .

Для Гаусовского распределения, разница между математическим ожиданием и его точечной оценкой:

$$|m - \bar{x}| < t_{\beta,n} \sqrt{\frac{D(x)}{n}} = t_{\beta,n} \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}} \approx t_{\beta,n} \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}.$$

где  $t_{\beta,n}$  - коэффициент Стьюдента, который при  $n > 120$  не зависит от  $n$  и тогда  $t_{\beta,n} = t_{\beta}$ ;  $\beta$  — доверительная вероятность.

Если допустимая частота появления редкого события задана нормативом,

то объём контрольной выборки:

$$n \geq \frac{t_{\beta}^2 m(1-m)}{(m-\bar{x})^2} \approx \frac{t_{\beta}^2 \bar{x}(1-\bar{x})}{(m-\bar{x})^2}$$

**ЗАДАЧА.** В соответствии с агротребованием всхожесть семян моркови должна быть, например, не менее 90%. Следовательно, математическое ожидание невсхожих семян  $m = 1 - 0.9 = 0.1$ . С вероятностью 95% ( $\beta = 0.95$ )

определить объём выборки который обеспечит погрешность  $|m - \bar{x}| < 0.05$ .

При изменении  $n$  от 1 до  $\infty$  и  $\beta = 0.95$  коэффициент  $t_{\beta,n} = 12.71 \dots 1.96$  [1].

Предварительно примем  $n_x = 60$  (или любое другое число), для него  $t_{\beta,n} = 2.0$ ,

тогда  $n' = \frac{2^2 \cdot 0.1 \cdot 0.9}{0.05^2} = 144$  Для такого количества семян  $t_{\beta} = 1.96$  и тогда

окончательно получим  $n \geq \frac{1.96^2 \cdot 0.1 \cdot 0.9}{0.05^2} = 138$ .

Следовательно, в выборке из 138 семян появление невсхожих семян составит  $\bar{x} = 0.1 \pm 0.05 = 0.05 \dots 0.15$  т.е. 5... 15% или 7...21 штук. Это будет соответствовать заданным погрешности и агротребованию с вероятностью 95%.

При оценке качества продукции или эксплуатационных показателей необходимо определять доверительные интервалы  $L_{\beta}$  для генеральных параметров: математического ожидания  $m$  и дисперсии  $D$ . При Гауссовском распределении доверительные интервалы для  $m$

$$L_{\beta} = \left( \bar{x} \pm t_{\beta} \sqrt{\frac{\tilde{D}}{n}} \right), \text{ а для дисперсии } L'_{\beta} = \tilde{D} \left( 1 \pm t_{\beta} \sqrt{\frac{2}{n-1}} \right).$$

Использование этих зависимостей необходимо при сравнительных испытаниях объектов или процессов.

**ЗАДАЧА.** В процессе испытаний жатки производится замер потерь свободным зерном при скашивании риса. Проведено 40 замеров площадок. Средняя величина потерь на площадке  $\bar{x} = 25$  зёрен, а статистическая оценка дисперсии  $\tilde{D} = 50$  зёрен.

Определить границы для  $m$  и  $D$  с вероятностью 80% ( $\beta = 0,8$ ). Статистический массив имеет Гауссовское распределение.

Границы для математического ожидания

$$m = \left( 25 \pm 1.303 \sqrt{\frac{50}{40}} \right) = 26,5 \dots 23,5 \approx 27 \dots 23 \text{ зёрен.}$$

Границы для дисперсии

$$D = 50 \left( 1 \pm 1.303 \sqrt{\frac{2}{40-1}} \right) = 64,75 \dots 35 \approx 65 \dots 35 \text{ зёрен.}$$

Пределы изменения среднеквадратического отклонения  $\sigma = \sqrt{35} \dots \sqrt{65} \approx 6 \dots 8$  зёрен.

Отметим, что с увеличением  $\beta$  увеличиваются коэффициент  $t_{\beta}$  и доверительные интервалы для  $m$  и  $D$ .

При Пуассоновском распределении интервалы для математического ожидания и дисперсии будут больше, чем при Гауссовском.

Для определения вероятности появления в  $n$  независимых испытаниях ровно  $k_0$  редких событий используют локальную формулу Лапласа. Если же в этих условиях требуется определить вероятность появления редких событий не менее  $k_1$  раз и не более  $k_2$  раз, то применяют интегральную формулу Лапласа. Используя эти зависимости можно решить обратную задачу, т.е. определить минимальный объём выборки, в которой окажется определённое количество дефектных изделий.

**ЗАДАЧА.** Проводится контроль  $n=600$  пружин сжатия на соответствие усилия и абсолютной величины деформации. Допустимое отклонение от

норматива 15% (т.е.  $m=0.15$ ). Соответственно  $(1-m)=0.85$ . Найти вероятность того, что в выборке окажется:

- а)  $k_0=90$  ( $n \cdot m=90$ ) пружин не соответствующих нормативу;
- б) не более 90 таких пружин (т.е. от  $k_1=1$  до  $k_2=90$ );
- в) не менее  $k_3=120$  таких пружин;
- г) не более  $k_4=119$  таких пружин.

Решение:

$$\text{а) } P_{600}(90) = \frac{1}{\sqrt{mn(1-m)}} \varphi(x), \text{ где } x = \frac{k_0 - nm}{\sqrt{mn(1-m)}} = \frac{90 - 90}{\sqrt{600 \cdot 0,15 \cdot 0,85}} = 0,$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^0 = 0,3989.$$

$$P_{600}(90) = \frac{1}{\sqrt{600 \cdot (1 - 0,15) \cdot 0,15}} \cdot 0,3989 = 0,0456, \text{ т.е. } 4,56\%$$

$$\text{б) } P_{600}(1 \dots 90) = \Phi(x'') - \Phi(x').$$

Аргументы этой формулы

$$x' = \frac{k_1 - nm}{\sqrt{mn(1-m)}} = \frac{1 - 600 \cdot 0,15}{\sqrt{600 \cdot 0,15 \cdot 0,85}} = -10,2; \quad x'' = 0.$$

$$\text{Следовательно, } P_{600}(1 \dots 90) = \Phi(0) - \Phi(-10,2).$$

Интегральная функция распределения является нечетной, поэтому

$$\Phi(-10,2) = -\Phi(10,2).$$

В результате получим  $P_{600}(1 \dots 190) = 0 + 0,5$ , т.е. 50%.

в) Требование, чтобы число дефектных пружин было не менее  $k_3=120$ , означает, что их число может быть 120, 121, или даже  $n=600$ .

В соответствии с интегральной формулой Лапласа

$$\begin{aligned} P_{600}(120 \dots 600) &= \Phi\left(\frac{600 - 600 \cdot 0,15}{\sqrt{600 \cdot 0,15 \cdot 0,85}}\right) - \Phi\left(\frac{120 - 600 \cdot 0,15}{\sqrt{600 \cdot 0,15 \cdot 0,85}}\right) = \Phi(58,3) - \Phi(3,43) = \\ &= 0,5 - 0,499 = 0,001, \text{ т.е. } 0,1\%. \end{aligned}$$

г) Условия в) и г) противоположны, сумма их вероятностей равна 1. Следовательно

$$P_{600}(119) = 1 - P_{600}(120 \dots 600) = 1 - 0,001 = 0,999.$$

**ЗАДАЧА.** Проводится проверка литых корпусов гидродвигателя. По техническому требованию допускается течь масла сквозь стенки (исправимый брак) у 10% отливок

( $m=0,1$ ). С вероятностью  $P_n(k)=0,9$  определить минимальный объем  $n$  выборки, в которой окажется  $k=2$  дефектных корпуса.

Наиболее вероятное число бракованных деталей  $m \cdot n = 0,1n$ . Искомый объем выборки  $n \geq k$ , потому  $P_n(k) = \Phi\left(\frac{n-mn}{\sqrt{nm(1-m)}}\right) - \Phi\left(\frac{k-mn}{\sqrt{nm(1-m)}}\right)$ ;

$$0,9 = \Phi\left(\frac{n(1-0,1)}{\sqrt{0,1 \cdot n \cdot 0,9}}\right) - \Phi\left(\frac{2-0,1n}{\sqrt{n \cdot 0,1 \cdot 0,9}}\right) = \Phi(3\sqrt{n}) - \Phi\left(\frac{2-0,1n}{0,3 \cdot \sqrt{n}}\right).$$

Даже, в крайнем случае, когда  $n = k = 2$  величина  $\Phi(3\sqrt{n}) = \Phi(4,24) \approx 0,5$ .

Следовательно,  $0,9 = 0,5 - \Phi\left(\frac{2-0,1n}{0,3 \cdot \sqrt{n}}\right)$ . Таким образом  $\Phi\left(\frac{2-0,1n}{0,3 \cdot \sqrt{n}}\right) = -0,4 = \Phi(1,28)$ . Так как

данная функция нечётная, у которой  $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ , то получим

$$\frac{2-0,1n}{0,3 \cdot \sqrt{n}} = -1,28.$$

Решая это квадратное уравнение, определим, что  $n=46$  отливок.

Если принять  $k = 1$ , то объем контрольной партии составит 30 деталей. Если в выборках меньшего объема появляется хотя бы одна бракованная отливка, то литейный процесс с вероятностью 90% не соответствует техническим требованиям.

Представляет практический интерес оценка соответствия реализуемого процесса нормативу или сравнение качественных характеристик однородных объектов. Указанные задачи решаются сравнением экспериментальных частот и вероятностей гипотетических выборок.

**ЗАДАЧА.** При выкопке свеклы возможно повреждение ее корней, такой брак не должен превышать, например, 0,5% (т.е.  $m=0,005$ ). С вероятностью 90% ( $\beta=0,9$ ) проверить соответствие техпроцесса нормативу, если в выборке  $n=600$  корней обнаружены  $k=6$  поврежденных.

Наблюдаемое значение критерия различия [1].

$$U_{набл.} = \frac{\left(\frac{k}{n} - m\right)\sqrt{n}}{\sqrt{m(1-m)}} = \frac{\left(\frac{6}{600} - 0,005\right)\sqrt{600}}{\sqrt{0,005 \cdot 0,995}} = 1,736.$$

В рассматриваемой выборке появления редкого события  $\frac{k}{n} = \frac{6}{600} = 0,01 > m$  поэтому область существования рассматриваемой

функции правосторонняя и для неё критическая точка определится из равенства

$$\Phi(U_{кр}) = \frac{1-2(1-\beta)}{2} = \frac{1-0,2}{2} = 0,4. \text{ По таблице функции Лапласа } U_{кр} = 1,28.$$

Т.к.  $U_{набл.} > U_{кр}$ , то считаем, что техпроцесс не соответствует нормативу.

**ЗАДАЧА.** На двух складах хранятся семена подсолнечника. С первого склада взята выборка  $n_1=600$  семян, из них  $m_1=63$  оказались невсхожими. Аналогично, на втором складе  $n_2=1000$  и  $m_2=80$ . При вероятности 95% ( $\beta=0,95$ ) проверить различно ли качество семенного материала на обоих складах. Наблюдаемое значение критерия различия [1]

$$U_{набл.} = \frac{\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{63}{600} - \frac{80}{1000}}{\sqrt{\frac{63+80}{600+1000} (1-0,08937) (0,001+0,00167)}} \approx 1,696$$

Т.к. заранее известно, что частоты появления бракованных семян в обеих выборках разные (т.е.  $\frac{m_1}{n_1} \neq \frac{m_2}{n_2}$ ), то критическая точка

$$\Phi(U_{кр}) = \frac{\beta}{2} = 0,475, \text{ в этом случае } U_{кр} = 1,96.$$

Т.к.  $U_{кр} > U_{набл.}$ , то семена на обоих складах существенно не отличаются по всхожести.

При очень большом объёме выборки и малой вероятности ( $\lambda \leq 0,04$ ) появления редких событий эффективен закон Пуассона с параметром  $a = \lambda \cdot n$ .

Вероятность появления  $k$  редких событий:

$$P_n(k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}. \quad (a)$$

Вероятность того, что в  $n$  испытаниях не произойдет ни одного редкого события:

$$P_n(0) = e^{-a}. \quad (б)$$

Вероятность появления хотя бы одного события:

$$P = 1 - P_n(0) = 1 - e^{-a}. \quad (в)$$

**ЗАДАЧА.** Из посевного материала взята случайная выборка из 200 зёрен кукурузы. По агротехническим требованиям вероятность всхожести 99%.

Следовательно, вероятность того, что зерно окажется невосхожим

$\lambda = 0,01$ . Найти вероятность того, что :

- все зёрна окажутся всхожими,  $k = 0$ ;
- появится одно невосхожее зерно,  $k = 1$ ;
- появится четыре невосхожих зерна,  $k = 4$ ;
- появится  $k > 1$  невосхожих зёрен.

Средневероятное количество невосхожих зерен в этой выборке

$a = 0,01 \cdot 200 = 2$  шт. В соответствии с (б) вероятность того, что  $k = 0$  равна

$P_{200}(0) = e^{-a} = e^{-2} = 0,135$ . В соответствии с (а) вероятность того, что  $k = 1$

равна  $P_{200}(1) = \frac{a}{1} e^{-a} = 2e^{-2} = 0,27$ . Вероятность появления четырёх таких

зёрен  $P_{200}(4) = \frac{2^4 \cdot e^{-2}}{4!} = 0,09$ , т.е. 9%.

Вероятности  $P_{200}(0)$  и  $P_{200}(1)$  несовместимы, их сумма  $P = 0,135 + 0,27 = 0,405$ .

Поэтому вероятность  $P_{200}(k) = 1 - 0,405 = 0,595$ , т.е. 59,5%.

**ЗАДАЧА.** Нормативная величина брака при изготовлении деталей  $\lambda = 0,015$ .

Взята выборка из  $n = 400$  деталей. Найти вероятность того, что в ней окажется не более  $k = 6$  бракованных деталей.

Средневероятное число бракованных деталей в выборке  $a = 0,015 \cdot 400 = 6$  шт.

Ограничение «не более» означает, что в выборке может оказаться 6, 5, 4, 3, 2, 1 или ни одной бракованной детали. Эти события несовместимы, поэтому для решения задачи применим теорему сложения вероятностей

$$P_n(k \leq 6) = P_{400}(6) + P_{400}(5) + P_{400}(4) + P_{400}(3) + P_{400}(2) + P_{400}(1) + P_{400}(0).$$

Воспользовавшись (а) запишем

$$P_{400}(k \leq 6) = \frac{6^6 e^{-6}}{6!} + \frac{6^5 e^{-6}}{5!} + \frac{6^4 e^{-6}}{4!} + \frac{6^3 e^{-6}}{3!} + \frac{6^2 e^{-6}}{2!} + 6e^{-6} + e^{-6} = 0,611.$$

Следовательно, вероятность того, что в данной выборке будет  $k \leq 6$  равна 61,1%. С увеличением  $k$  вероятность  $P_n(k)$  увеличивается.

Вероятности того, что в выборке окажется больше, чем 6 деталей равна:  $1 - P_{400}(6) \leq 0,389$ . Если эта цифра окажется больше, то техпроцесс нуждается в корректировке.

**ЗАДАЧА.** При обмолоте озимой пшеницы допускается 2% дробленого зерна ( $\lambda = 0,02$ ). С вероятностью 90% ( $\beta = 0,9$ ) определить  $n$ , в котором может быть обнаружено одно дробленое зерно.

При  $k = 1$  из (а) получим исходное равнение  $P_n(1) = a \cdot e^{-a} = 0,9$ . Так как  $a = \lambda \cdot n = 0,02 n$ , то  $P_n(1) = 0,9 = (0,02n) \cdot e^{-0,02n}$ . Приведенное равенство не корректно, т.к. максимальная величина  $P_n(1)$  равна 0,37 при  $n = 18$ . С уменьшением  $n$  вероятность  $P_n(1)$  снижается, при  $n > 18$  в выборке могут появиться не одно, а несколько дробленых зерен. Следовательно, не существует такого  $n$ , в котором с вероятностью 90% будет обнаружено одно дробленое зерно.

Вероятность того, что в выборке из 150 зерен не окажется дробленых зерен

$$P_n(1) = a \cdot e^{-a} = e^{-0,02 \cdot 150} = 0,05.$$

В выборке из  $n=5$  не окажется дробленых зерен с вероятностью 90%.

Минимальный объем выборки в которой появится хотя бы одно дробленое зерно с вероятностью 90% получим из (в)  $0,9 = 1 - e^{-0,02 \cdot n}$  или  $0,1 = e^{-0,02 \cdot n}$ . По таблице функции  $e^{-x}$  находим, что  $n = 115$  зерен.

При испытании может возникнуть необходимость в определении  $n$ , в котором с заданной вероятностью число отказов не превысит норматива.

**ЗАДАЧА.** При контроле партии изделий не обнаружено ни одного бракованного. Каким должен быть объем партии, чтобы с гарантией 85% ( $\beta = 0,85$ ) утверждать, что в ней вероятность брака не превысит 1% ( $\lambda = 0,01$ )?

$$n = -\frac{\ln(1 - \beta)}{\lambda} = -\frac{1 \cdot n \cdot 0,15}{0,01} = 190.$$

Если в случайно отобранной партии меньшего объёма появится хотя бы одно бракованное изделие, то можно утверждать что уровень гарантии ниже 85%.

Рассмотрим решение аналогичных задач применительно к потоку редких событий, возникающих при реализации какого-либо процесса. Некоторые промежутки между событиями могут быть не характерными или возникать из-за грубых ошибок. Сомнительные промежутки надо исключить из расчета, чтобы они не повлияли на однородность процесса. Для этого можно использовать метод предельного поля рассеяния или более простой метод Ирвина. Первый из этих методов основан на неравенстве:

$$|\bar{x}' - x_j| > \tilde{\sigma}' t_{\beta},$$

где  $\bar{x}'$  и  $\tilde{\sigma}'$  - средняя величина и среднеквадратическое отклонение ряда случайных величин, вычисленных без сомнительной величины  $x_j$ .

Если левая сторона неравенства больше правой то число  $x_j$  отбрасывается, в противном случае - остаётся. Отметим, что рассматриваемое неравенство имеет точный смысл, если выборка взята из нормальной генеральной совокупности. На



практике это установить сложно, поэтому целесообразно использовать непараметрические критерии, например, критерий Ирвина.

**ЗАДАЧА.** В течение 1600 ч. работы машины возникло  $n = 20$  кратковременных отказов длительностью:

$$x_j = 2,8; 2,9; 3,1; 3,3; 5; 6,1; 3,4; 3,5; 10; 3,7; 7; 3,9; 8; 9; 2,7; 2,8; 4,2; 4,4; 4,7; 4,7$$

мин. в указанной последовательности. Суммарный простой машины из-за отказов составил 96 мин, т.е. 0,1% от общей наработки. Такая ситуация позволяет считать отказ редким событием.

Из представленных 20 замеров сомнение вызывает  $x_9 = 10$  мин, ближайший к нему замер  $x_{14} = 9$  мин. Требуется установить, не является ли замер 10 мин ошибочным и собраны ли приведенные замеры в неизменных условиях. Для рассматриваемой выборки среднеарифметическая величина

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} = 4,8 \text{ мин, а выборочное среднеквадратичное отклонение}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} (x_j - \bar{x})^2} = 4,5 \text{ мин.}$$

Расчетный критерий Ирвина

$$\lambda_p = \frac{|x_9 - x_{14}|}{\bar{\sigma}} = \frac{10 - 9}{4,5} \approx 0,22.$$

Для  $n = 20$  и доверительной вероятности 95% ( $\beta = 0,95$ ) табличное значение критерия Ирвина (Приложение 10)  $\lambda_T = 1,3$ . Т.к.  $\lambda_T > \lambda_p$ , то замер 10 мин следует сохранить.

Для достоверности выводов необходимо убедиться, что испытания проведены в неизменных условиях. Только в этом случае их общая статистическая оценка будет несмещенной. Нестационарность возникает если появляется тренд из-за изменяющегося фактора. Например, при сверлении отверстия его диаметр зависит не только от диаметра сверла, но и от его износа. При постепенном износе сверла диаметр отверстия уменьшается. Аналогично, потери зерна недомолотом зависят не только от настройки комбайна, но и от влажности стеблевой массы, которая будет больше утром и меньше днем. Для устранения и нивелирования тренда применяют планирование и рандомизацию испытаний.

Метод оценки случайности (стационарности) выборки основан на сравнении реальных серий измерений с допустимыми в зависимости от объема выборки и степени риска совершить ошибку.

Для оценки стационарности процесса присваиваем знаки результатам замеров. Если  $x_j > \bar{x}$ , то ставим знак «+», если  $x_j < \bar{x}$  то знак «-». Применительно к

рассматриваемой задаче получим последовательную цепочку знаков: - - - - + + - - + - + + - - - - - . Протяженность самой длинной серии  $\tau = 6$ . Число серий, т.е. последовательностей состоящих, хотя бы из одного знака,  $\lambda = 9$ . Определим допустимые значения  $[\tau]$  и  $[\lambda]$ , если число замеров  $n = 20$  и уровень значимости  $\beta = 0,95$ .

$$[\tau] = 3,3 \ln(1 + n) = 3,3 \ln 21 \approx 10; [\lambda] = \frac{1}{2} (n + 1 - t_{\beta} \sqrt{n-1}) = \frac{1}{2} (20 + 1 - 2,09 \sqrt{20-1}) \approx 6.$$

Так как  $\lambda > [\lambda]$  и  $\tau < [\tau]$ , то выборка стационарна [2]. При нарушении хотя бы одного из неравенств выборка оказывается не стационарной с вероятностью 95%.

**Задача.** Временная последовательность результатов опыта состоит из  $N=16$  замеров:  $X_i=4; 5; 5; 6; 3; 2; 3; 3; 2; 3; 2; 1; 6; 7; 5; 6$ .

Величина  $\bar{X} = \frac{63}{16} = 3.93$ . Знаковая последовательность:

+ + + + - - - - - + + + +

Расчётом установлено:  $\tau = 8$ ,  $\lambda = 3$ .

При  $\beta = 0.95$  величина  $t_\beta = 2.12$ , тогда  $[\tau] = 3,3 \ln 17 = 9.35$ ,

$$[\lambda] = \frac{1}{2}(17 - 2.12\sqrt{15}) = 4.39..$$

Так как  $\tau < [\tau]$  и  $\lambda < [\lambda]$ , то выборка не случайна, в её формировании присутствует дрейфующий фактор.

Если в выборке величины  $\bar{x}$  и  $\tilde{\sigma}$  отличаются незначительно, то это свидетельствует о Пуассоновском распределении. Для него средневероятное количество событий на интервале  $I_\beta$  равно  $a = \lambda I_\beta$ , где  $\lambda$ - плотность потока, т.е. среднее число событий приходящихся на единицу размера  $I_\beta$ .

Применительно к рассматриваемой задаче  $\lambda = \frac{20}{1600} = 0,0125 \frac{\text{отказов}}{\text{час}}$ , а время

безотказной работы распределено по показательному закону  $f(t) = 0,0125 e^{-0,0125t}$  где  $t$  - время. Используя эту зависимость, определим вероятность того, что за время, например, 100 час. не наступит ни одного отказа:

$$P_t(0) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-0,0125 \cdot 100} = e^{-1,25} = 0,285.$$

Вероятность появления хотя бы одного отказа:

$$P = 1 - P_t(0) = 1 - 0,285 = 0,715.$$

Выводы:

Анализ появления редких событий позволяет решить следующие задачи:

- Определить оптимальную величину  $I_\beta$ . Чем она больше, тем выше точность результата, но больше трудоёмкость организации и проведения испытания, и сложнее статистическая обработка материала.
- Оценить вероятность соответствия качества реализуемого процесса техническому заданию или другому нормативному документу.
- Оценить вероятность появления одного или нескольких таких событий на участке или объеме  $I_\beta$ .
- Оценить вероятность получения точного результата в зависимости от величины  $I_\beta$ .

#### 4.7. Композиции зависимых и независимых выборок из генеральных совокупностей.

При взаимодействии случайных величин, характеризующих выборки, возникает новая случайная величина. Ее параметры можно установить используя аппарат композиции функций распределения исходных выборок. Однако, такой подход требует большого объема предварительных испытаний. Менее затратным является решение опирающееся на параметрические характеристики взаимодействующих

выборок. Второй вариант обеспечивает приемлемую для практики точность результата.

Средняя арифметическая сумма случайных величин

$$\bar{Z} = \sum_{i=1}^n \bar{X}_i = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n,$$

а дисперсия этой суммы

$$\tilde{\sigma}_Z^2 = \sum_{i=1}^j \tilde{\sigma}_i^2 + 2 \sum_{i < j} r_{ij} \tilde{\sigma}_i \tilde{\sigma}_j,$$

где  $r_{ij}$  -коэффициент корреляции  $X_i$  и  $X_j$ ;

$n$ - число случайных величин.

Если исходные случайные величины не коррелированы, то  $r_{ij}=0$ .

Вышеприведенные формулы используют при определении суммарной мощности от нескольких рабочих органов, общей производительности нескольких агрегатов, заполнения емкости из нескольких источников и т.п.

**Задача.** Прямые потери при работе жатки  $U=X+Y+Z$ ; где  $X,Y,Z$ - потери свободным зерном, зерном в несрезанном колосе и зерном в срезанных колосьях, но не попавших в молотилку. Среднеарифметические величины этих потерь (зерен/м<sup>2</sup>):  $\bar{X} = 6; \bar{Y} = 7; \bar{Z} = 4$ , а их дисперсии

$\tilde{\sigma}_X^2 = 4; \tilde{\sigma}_Y^2 = 4; \tilde{\sigma}_Z^2 = 1$ . Определить статистические характеристики суммарных потерь, которые предположительно имеют нормальное распределение.

Так как потери  $X,Y,Z$  имеют разные источники, то будем считать их некоррелированными.

Средняя арифметическая величина  $\bar{U} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z} = 6 + 7 + 4 = 17$  зерен/м<sup>2</sup>.

Центр группирования среднеарифметических величин

$$\bar{U}_0 = \frac{\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}}{3} = \frac{17}{3} = 5,7 \text{ зерен/м}^2.$$

Так как  $\bar{X} \neq \bar{Y} \neq \bar{Z}$  то среднее квадратическое отклонение зависит от двух групп факторов: суммы дисперсий по аргументам и межгрупповой дисперсии возникшей от тренда их среднеарифметических величин

$$\tilde{\sigma}_U = \sqrt{(\tilde{\sigma}_X^2 + \tilde{\sigma}_Y^2 + \tilde{\sigma}_Z^2) + \frac{(\bar{U}_0 - \bar{X})^2 + (\bar{U}_0 - \bar{Y})^2 + (\bar{U}_0 - \bar{Z})^2}{n-1}}$$

где  $n$ - число слагаемых.

$$\tilde{\sigma}_U = \sqrt{4 + 4 + 1 + \frac{0,09 + 1,62 + 2,89}{3-1}} \approx 3,4 \text{ зерен/м}^2,$$

Плотность вероятности суммарной функции

$$f(U) = \frac{1}{3,4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(U_i - \bar{U})^2}{2\tilde{\sigma}_U^2}} \approx 0,117 e^{-\frac{(U_i - 17)^2}{22,3}}$$

Если бы  $\bar{X} = \bar{Y} = \bar{Z}$  то их среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}' = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$  зерен/м<sup>2</sup>.

Математическое ожидание **разности** двух независимых случайных величин  $X$  и  $Y$  равно  $M(T)=M(X)-M(Y)$ , а их дисперсия  $D(T)=D(X)+D(Y)$ .

**Задача.** На переработку в среднем ежедневно поступает  $\bar{Y}=1000$  кг семян подсолнечника, при среднеквадратическом отклонении  $\tilde{\sigma}_Y = 80$  кг. Содержание масла в семенах  $\bar{X}=0,15\bar{Y}$  со среднеквадратическим отклонением  $\tilde{\sigma}_X = 0,3Y$ . Определить загруженность оборудования по переработке жмыха.

Среднее количество жмыха поступающее ежедневно на переработку

$$\tilde{T} = \bar{Y} - \bar{X} = 1000 - 150 = 850 \text{ кг.}$$

Среднеквадратическое отклонение по этой массе

$$\tilde{\sigma}_T = \sqrt{\tilde{\sigma}_X^2 + \tilde{\sigma}_Y^2} = \sqrt{30^2 + 80^2} \approx 85 \text{ кг.}$$

Если функция  $T$  имеет нормальное распределение, то загрузка жмыхом будет изменяться в пределах

$$850-3 \cdot 85=595 < T < 850+3 \cdot 85=1105 \text{ кг, т.е. почти в два раза.}$$

**Произведение** двух случайных величин характеризуется

математическим ожиданием  $M(C)=M(XY)=M(X) \cdot M(Y)+k_{XY}$ ,

где  $k_{XY}=r_{XY}\sigma_X\sigma_Y$  – корреляционный момент, т.е. математическое ожидание произведения отклонений  $X$  и  $Y$  от  $M(X)$  и  $M(Y)$ .

Если  $X$  и  $Y$  не коррелированы, то их произведение будет равно произведению их математических ожиданий.

Дисперсия произведения независимых случайных величин

$$D(C)=D(XY)=D(X) \cdot D(Y)+M^2(X) \cdot D(Y)+M^2(Y) \cdot D(X).$$

Из двух последних уравнений можно определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины полученной при операции **деления** исходных случайных величин.

**Задача.**

Проведены  $n=10$  замеров энергетики мотовила жатки. Фиксировались: крутящий момент  $M_{кр}$  (кНм) и частота вращения  $\omega$  (рад/с). Определить мощность для привода мотовила по формуле  $N = M_{кр} \cdot \omega$  (кВт).

Результаты испытаний сведены в таблицу 15 и предварительно обработаны.

Таблица 15.

Исходные данные для расчета мощности привода мотовила.

| № п/п | $M_{кр}^i$ | $\omega_i$ | $(M_{кр}^i - \bar{M})^2$ | $(\omega_i - \bar{\omega})^2$ | $M_{кр}^i \cdot \omega_i$ |
|-------|------------|------------|--------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 1     | 0.15       | 2          | 0.01                     | 0.49                          | 0.3                       |
| 2     | 0.30       | 3.5        | 0.0025                   | 0.69                          | 1.05                      |
| 3     | 0.25       | 2.5        | 0                        | 0.04                          | 0.5                       |
| 4     | 0.20       | 2.5        | 0.0025                   | 0.04                          | 0.5                       |
| 5     | 0.20       | 2.5        | 0.0025                   | 0.04                          | 0.5                       |
| 6     | 0.35       | 3.5        | 0.01                     | 0.64                          | 1.225                     |
| 7     | 0.3        | 3          | 0.0025                   | 0.09                          | 0.9                       |
| 8     | 0.3        | 2.5        | 0.0025                   | 0.04                          | 0.75                      |
| 9     | 0.25       | 2          | 0                        | 0.49                          | 0.5                       |
| 10    | 0.2        | 3          | 0.0025                   | 0.09                          | 0.6                       |
| Сумма | 2.5        | 27         | 0.035                    | 2.6                           | 6.95                      |

Среднеарифметические значения крутящего момента и частоты вращения:

$$\overline{M}_{кр} = \frac{2.5}{10} = 0.25 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad \overline{\omega} = \frac{27}{10} = 2.7 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Дисперсии и стандарты этих величин:

$$\tilde{\sigma}_M^2 = \frac{0.035}{10-1} = 0.0039, \quad \tilde{\sigma}_M = \sqrt{0.0039} = 0.0624 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$\tilde{\sigma}_\omega^2 = \frac{2.6}{10-1} = 0.289, \quad \tilde{\sigma}_\omega = \sqrt{0.289} = 0.54 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Корреляционный момент:

$$K_{\overline{M}_{кр} \overline{\omega}} = \frac{\sum_{i=1}^n M_{кр}^i \cdot \omega_i}{n-1} - \overline{M}_{кр} \cdot \overline{\omega} = \frac{6.95}{9} - 0.25 \cdot 2.7 = 0.097 \text{ кВт}.$$

Математическое ожидание необходимой мощности:

$$N = M(\overline{M}_{кр} \cdot \overline{\omega}) = 0.25 \cdot 2.7 + 0.097 = 0.772 \text{ кВт},$$

$$\text{дисперсия: } \tilde{D}(\overline{M}_{кр} \cdot \overline{\omega}) = 0.0039 \cdot 0.289 + 0.25^2 \cdot 0.289 + 2.7^2 \cdot 0.0039 = 0.0476,$$

$$\text{стандарт: } \tilde{\sigma}(\overline{M}_{кр} \cdot \overline{\omega}) = \sqrt{0.0476} = 0.218 \text{ кВт}.$$

Следовательно, пределы изменения мощности при Гауссовском распределении её значений  $N = 0.772 \pm 3 \cdot 0.218 = 0.118 \dots 1.426 \text{ кВт}$ .

Решение усложняется, если комплексный показатель зависит от числа случайных величин больше двух.

### Задача.

Определить статистические характеристики производительности валковой жатки захватом 6м.

Во время испытаний при изменении рабочей скорости движения от 1,53 до 3,1 м/с реальная ширина захвата снижалась от 5,93 до 5,51 м. Из-за потерь времени на повороты, устранения нарушений технологического процесса, регулирования и т.д. время чистой работы за 1 час нахождения жатки в загоне изменялось за смену от 0,64 до 0,95 ч.

Статистический анализ показал, что среднее значение скорости, ширины захвата и рабочего времени равны:  $\overline{V} = 2,28 \text{ м/с}$ ,  $\overline{B} = 5,7 \text{ м}$ ,  $\overline{T} = 0,79 \text{ ч}$ . Рассчитанные среднеквадратичные отклонения для этих параметров  $\tilde{\sigma}_V = 0,43 \text{ м/с}$ ,  $\tilde{\sigma}_B = 0,18 \text{ м}$ ,  $\tilde{\sigma}_T = 0,05 \text{ ч}$ ,

Примем условие, что случайные величины ширины захвата, рабочей скорости и чистого времени работы имеют Гауссовское распределение. Корреляционный момент между B и V:

$$k_{BV} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n B_i \times V_i \right)}{n} - \overline{B} \times \overline{V} = -0,066 \text{ м}^2 / \text{с},$$

где  $B_i, V_i$  - текущие значения ширины захвата и скорости замеренные в  $n=11$  опытах.

Коэффициент корреляции:

$$r = \frac{k_{BV}}{\tilde{\sigma}_B \tilde{\sigma}_V} = -0,853.$$

Без учета потерь времени в загоне средняя производительность жатки:

$$\bar{\Pi}' = \bar{B} \times \bar{V} + k_{BV} = 4,72 \text{ га/ч}.$$

Среднеквадратическое отклонение:

$$\tilde{\sigma}_{\Pi'} = \sqrt{(1+r^2)\tilde{\sigma}_B^2\tilde{\sigma}_V^2 + 2r\bar{B}\bar{V}\tilde{\sigma}_B\tilde{\sigma}_V + \bar{B}^2\tilde{\sigma}_V^2 + \bar{V}^2\tilde{\sigma}_B^2}.$$

После подстановки соответствующих числовых значений получим:

$$\tilde{\sigma}_{\Pi'} = 0,75 \text{ га/ч}.$$

Средняя наработка жатки за 1 час нахождения в загоне:

$$\bar{\Pi} = M(BVT) = \bar{B}\bar{V}\bar{T} + k_{BV}\bar{T} = 3,71 \text{ га/ч}$$

Среднеквадратическое отклонение:

$$\tilde{\sigma}_{\Pi} = \sqrt{(\tilde{\sigma}_T^2 + \bar{T}^2)(\tilde{\sigma}_B^2\tilde{\sigma}_V^2 + k_{BV}^2 + 2\bar{B}\bar{V}k_{BV} + \bar{B}^2\tilde{\sigma}_V^2 + \bar{V}^2\tilde{\sigma}_B^2) + \tilde{\sigma}_T^2(\bar{B}\bar{V} + k_{BV})^2}.$$

После подстановки соответствующих числовых значений получим:

$$\tilde{\sigma}_{\Pi} = 0,645 \text{ га/ч}.$$

Следовательно, расчетная производительность:

$$\Pi = \bar{\Pi} \pm 3\tilde{\sigma}_{\Pi} = 3,71 \pm 3 \times 0,645 \approx 1,75 \dots 5,6 \text{ га/ч}$$

И это близко к реальной сменной производительности 1,5...5,5 га/ч, что было зафиксировано во время испытаний.

Реализация процесса может быть представлена случайной функцией, которая в результате испытаний принимает какой-то конкретный вид. При проведении  $n$  независимых испытаний получим  $n$  реализаций случайной функции

$X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ . Эти реализации могут совпадать с временным шлейфом процесса, траекторией движения агрегата, располагаться вдоль ширины захвата сельхозмашины и т.д.

Статистические данные в продольном направлении (рис. 24, а) собирают вдоль трасс I-III, проведенных параллельно движению жатки.

Зная длительность опыта  $L$ , можно определить число мгновенных выборок в каждой из трасс  $N = L/(l_0 + l_i)$ ,

где  $l_0$  – длительность одной из мгновенных выборок;  $l_i$  – величина интервала между соседними выборками.



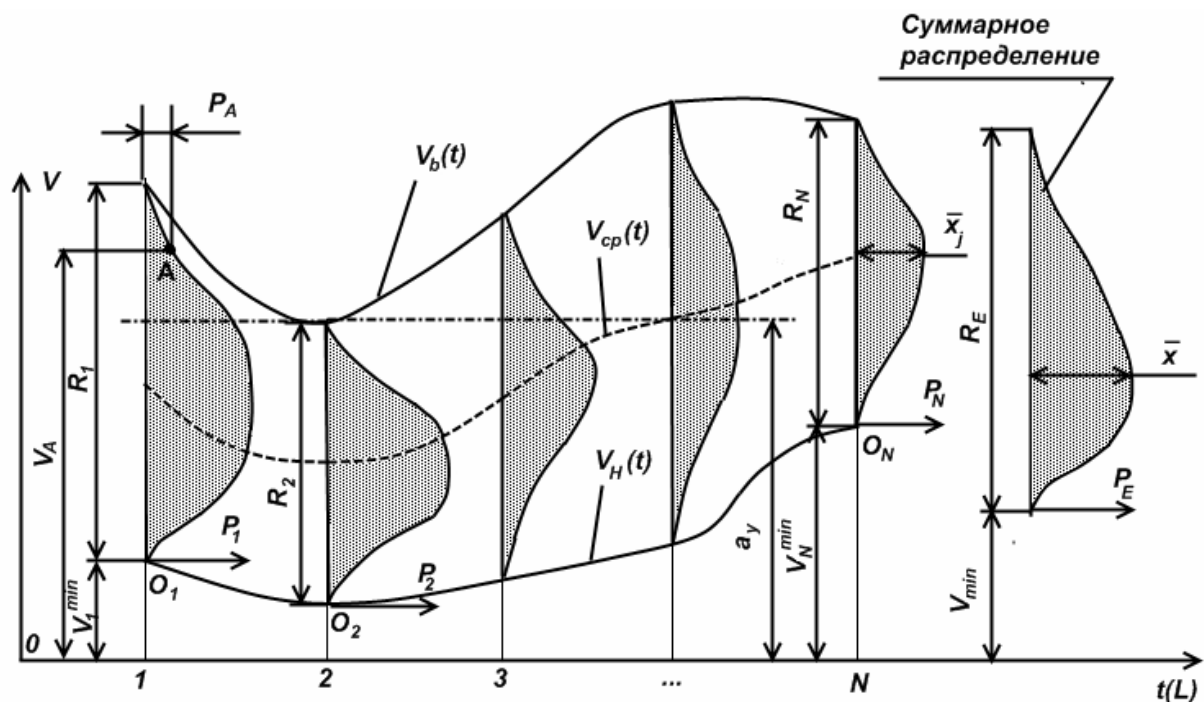


Рис. 25. Поток мгновенных распределений (выборок).

Поток выборок интерпретирует взаимосвязь между тремя параметрами. Например, точкой  $A$  отмечено появление случайной величины  $V_A$  в серии 1 с вероятностью  $P_A$ . На графике представлены следующие величины:  $R_i$  - ширина варьирования выборки в  $i$ -м сечении;  $V_i^{\min}$  - минимальный фактический параметр для каждой из мгновенных выборок и для суммарного распределения;  $a_y$  - параметр заданный техническим требованием или нормативом;  $V_{cp}(t)$  - тренд среднеарифметической величины по потоку выборок;  $V_b(t)$  и  $V_H(t)$  - верхняя и нижняя огибающие, которые ограничивают область развития исследуемого показателя. В зависимости от цели испытаний контролируют изменение  $V_{cp}(t)$ ,  $V_b(t)$  (например, максимально допустимые потери) или  $V_H(t)$  (например, зазор между бичами молотильного барабана и подбарабаньем). Для каждой из выборок определяются статистические характеристики.

В соответствии с центральной предельной теоремой А.М.Ляпунова при объединении большого числа таких выборок суммарная выборка будет иметь практически нормальное распределение.

Сравнивая известные сведения о физической сущности формируемой генеральной совокупности с очертаниями графиков и параметрами статистических характеристик выборок можно визуальнo оценить степень влияния отдельных факторов на изучаемую случайную величину.

Вероятностная схема, которая соответствует сущности случайной величины описывающей поток выборок может быть представлена в виде трех слагаемых:

$$X = \sum_{i=1}^n \epsilon_n + \sum_{j=1}^m A_m(t) + \sum_{k=1}^s A_s(t),$$

где  $\sum_{i=1}^n \epsilon_n$  - сумма многочисленных равноценных, независимых и неизменных во

времени случайных слагаемых, которые представляют основное содержание  $X$ .



Каждое из них имеет постоянное математическое ожидание и дисперсию (например, уровень настройки машины, особенности ее кинематических и геометрических параметров, вид убираемой культуры, тип почвы и т.п.).

$\sum_{j=1}^m A_m(t)$  - сумма случайных доминирующих величин, зависящих от времени  $t$ . У

слагаемых этой суммы математические ожидания не равны нулю (например, периодическое скапливание стеблей на платформе жатки, изменение свойств растительного материала в зависимости от времени суток, неоднородность свойств

растений по длине гона и т.п.). Слагаемые  $\sum_{j=1}^m A_m(t)$  образуют тренд математического

ожидания по потоку мгновенных выборок, но не влияют на величину их дисперсий.

$\sum_{k=1}^s A_s(t)$  - независимые случайные величины среди которых нет доминирующих.

Дисперсии этих величин изменяются во времени, а математическое ожидание равно нулю. Слагаемые этой суммы возникают вследствие колебания скоростей рабочих органов, упругих деформаций элементов машины, изменения ширины захвата и т.д.

Следует отметить, что в зависимости от задачи те или иные факторы необходимо относить к соответствующим группам слагаемых.

Смещение центра группирования выборок выражает функция

$$V_{cp}(t) = \sum_{i=1}^n \epsilon_n + \sum_{j=1}^m A_m(t) ,$$

которая может быть конкретизирована как линейная, степенная, периодическая и т.п.

При линейном характере

$$V_{cp}(t) = a_y + l_a t ,$$

где  $a_y$  - математическое ожидание для суммы  $\sum_{i=1}^n \epsilon_n$  ,

$l_a = a(t_{\max}) - a(t_{\min})$  - изменение функции за промежуток времени  $(t_{\max} - t_{\min})$ .

Этот случай соответствует равномерному смещению центров группирования выборок. Такое изменение (чаще ухудшение качества) возникает, например при вытяжке ремней, затуплении лезвий сегментов, прогибу по центру молотильного барабана и т.д. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $V_{cp}(t)$  при ее линейном характере будут

$$M(V) = a_y, \quad \sigma(V) = \sqrt{\sigma_s^2 + l_a^2 / 12} ,$$

где  $\sigma_s^2$  - дисперсия суммы  $\sum_{i=1}^n \epsilon_n$  .

Практика испытаний показывает, что  $\sum_{j=1}^m A_m(t)$  и  $\sum_{k=1}^s A_s(t)$  чаще всего

периодически изменяются во времени. Это объяснимо тем, что большинство рабочих

органов сельхозмашин совершают вращательное или колебательное движение. В этом случае

$$V_{cp}(t) = a_y + 0,5l_a \sin \omega t ,$$

$$\text{тогда } M(V) = a_y, \quad \sigma(V) = \sqrt{\sigma_s^2 + \frac{l_a^2}{8}} ,$$

где  $\omega$  - частота колебаний центров группирования мгновенных выборок.

Метод мгновенных выборок применим для оценок влияния различных факторов на потери при уборке урожая, качества копирования рельефа поля жатками и т.д. [6]. Средняя арифметическая величина для суммарного распределения (см. рис. 25)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{X}_i}{N} ,$$

где  $\bar{X}_i$  - средняя арифметическая величина для  $i$ -й выборки,

$N$  – число мгновенных выборок.

Дисперсия  $i$ -й мгновенной выборки

$$\tilde{\sigma}^2(X_i) = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - x_i)^2}{n-1} ,$$

где  $x_i$  - единичный замер в  $i$ -й выборке.

Дисперсия по группе выборок

$$\tilde{\sigma}^2(\bar{X}) = \frac{\tilde{\sigma}^2(\bar{X}_1) + \tilde{\sigma}^2(\bar{X}_2) + \dots + \tilde{\sigma}^2(\bar{X}_N)}{N}$$

Дисперсия групповых средних относительно  $\bar{X}$  равна

$$\tilde{\sigma}^2(\bar{Y}) = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{X} - \bar{X}_i)^2}{N}$$

Дисперсия суммарного распределения

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\tilde{\sigma}^2(\bar{X}) + \tilde{\sigma}^2(\bar{Y}) + 2r_{xy}\tilde{\sigma}_x\tilde{\sigma}_y} ,$$

где  $2r_{xy}\tilde{\sigma}_x\tilde{\sigma}_y$  - корреляционный момент между  $X$  и  $Y$ .

Выборки расположенные на одной трассе можно считать принадлежащими к единой генеральной совокупности. Более сложная ситуация возникает если суммарное распределение возникает при композиции нескольких выборок (случайных величин) не принадлежащих одной генеральной совокупности, т.е. имеющих разные законы распределения. В таком распределении  $\bar{Z} = \varphi(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$  аргументы связаны алгебраически, а могут оказаться и взаимнонезависимыми. Например, если  $\bar{X}_1$  погрешность показаний измерительного прибора (нормальное распределение), а  $\bar{X}_2$  - погрешность округления показаний до ближайшего деления (равномерное распределение), то их общее распределение  $\bar{Z}$  получается суммированием.

**Задача.** Для установления влияния условий эксплуатации и ремонта были проведены 5 групп наблюдений с целью определения трудоемкости технического обслуживания. Число замеров в каждой группе оказалось разным. Предварительно

были определены средние значения  $\bar{X}_j$  и дисперсий  $\sigma_j^2(X)$  в каждой группе (табл. 15).

Таблица 15.

Сводная таблица замеров трудоемкости технического обслуживания

| $n_j$              | 9     | 8     | 5    | 6    | 4    |
|--------------------|-------|-------|------|------|------|
| $\bar{X}_j$ , час. | 68    | 68    | 64   | 63   | 62   |
| $\sigma_j^2(X)$    | 10,95 | 11,82 | 7,18 | 5,58 | 6,10 |

Для этих условий среднее значение величин  $\bar{X}_j$  равно

$$\bar{X} = \frac{68 + 68 + 64 + 63 + 62}{5} = 65 \text{ ч.}$$

Дисперсия уклонений мгновенных выборок относительно  $\bar{X}$

$$\sigma^2(X_j) = \frac{1}{5-1} \left[ (68-65)^2 + (68-65)^2 + (64-65)^2 + (63-65)^2 + (62-65)^2 \right] = 7,5 .$$

Так как число замеров в группах  $n_j$  разные, то число степеней свободы суммарного распределения

$$f = \sum_{j=1}^n (n_j - 1) = (9-1) + (8-1) + (5-1) + (6-1) + (4-1) = 27 .$$

Средневзвешенное значение дисперсий  $\tilde{\sigma}_j^2(X)$

$$\tilde{\sigma}^2(\bar{X}) = \frac{1}{f} \sum_{j=1}^n (n_j - 1) \quad \tilde{\sigma}_j^2(X) = \frac{1}{27} (8 \cdot 10,95 + 7 \cdot 11,82 + 4 \cdot 7,18 + 5 \cdot 5,58 + 3 \cdot 6,1) = 9,08 .$$

Значение F- статистики

$$F_p = \frac{\tilde{\sigma}^2(X_j)}{\tilde{\sigma}^2(\bar{X})} = \frac{7,5}{9,08} = 0,826 .$$

Исходная нулевая гипотеза заключается в том, что влияние условий незначимо. Конкурирующая гипотеза, напротив утверждает значимость влияния условий на трудоемкость технического обслуживания. Поэтому критическая область двусторонняя. При  $\alpha=0,05$ ;  $(n-1)=4$ ;  $f=27$ . (число степеней свободы по числителю 4, по знаменателю 27) табличная величина

$$F_T = F_{0,1}(4,27) = 2,73 .$$

Так как  $F_p < F_T$  то делаем вывод, что влияние условий эксплуатации и ремонта на трудоемкость технического обслуживания в данном случае несущественно.

Практический интерес представляет ситуация когда качество работы зависит от одного доминирующего фактора который является аргументом монотонной функции. Таким фактором может быть **изменение** рабочей скорости агрегата, **неравномерность** густоты стеблестоя, **неравномерность** подачи стеблевой массы в молотилку и т.д.

Испытаниями установлено, что при коэффициенте вариации загрузки молотилки 30...40% потери могут увеличиваться в 1,5...2 раза, дробление и микроповреждение зерен увеличивается на 20...25%. Поэтому актуальной задачей является ограничение изменчивости подобных существенных факторов.

Многие исследователи зависимость потерь зерна за молотилкой от подачи описывают экспоненциальной зависимостью

$$\Pi = ae^{bq},$$

где  $\Pi$  - потери зерна за молотилкой, %;  $q$ - подача кг/с;  $b$ - эмпирический коэффициент, характеризующий состояние зерновой и стеблевой массы.

Эта зависимость справедлива только при равномерной подаче зерновой и стеблевой массы по времени и по ширине молотилки.

Представим, что функция  $\Pi$  непрерывна и дифференцируема. Разложим ее в ряд Тейлора на интервале  $(-\infty, \infty)$  в окрестности математического ожидания  $m=M(q)$ :

$$\begin{aligned}\Pi = ae^{bq} &= f(m) + \frac{f'(m)}{1!}(q-m) + \frac{f''(m)}{2!}(q-m)^2 + \frac{f'''(m)}{3!}(q-m)^3 + \dots = \\ &= ae^{bm} + \frac{abe^{bm}}{1!}(q-m) + \frac{ab^2e^{bm}}{2!}(q-m)^2 + \frac{ab^3e^{bm}}{3!}(q-m)^3 + \dots = \\ &= ae^{bm} \left[ 1 + \frac{b(q-m)}{1!} + \frac{b^2(q-m)^2}{2!} + \frac{b^3(q-m)^3}{3!} + \frac{b^4(q-m)^4}{4!} + \dots \right].\end{aligned}$$

Среднее вероятностное значение потерь  $M(\Pi)$  получим из условия, что математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий:

$$M(\Pi) = ae^{bm} \left( 1 + bM(q-m) + \frac{b^2}{2!}M(q-m)^2 + \frac{b^3}{3!}M(q-m)^3 + \frac{b^4}{4!}M(q-m)^4 + \dots \right),$$

где  $M(q-m)$  -математическое ожидание разности между величинами  $q$  и  $m$  .

В силу симметричности кривой нормального распределения для величины  $q$  все нечетные центральные моменты равны нулю, т.е.  $M(q-m)=0$ ,  $M(q-m)^3=0$ ,  $M(q-m)^5=0$  и т.д., а четные центральные моменты равны дисперсии линейной плотности валка, т.е.  $M(q-m)^2 = \sigma_q^2$  .

Большую сложность представляет определение четных центральных моментов более высокого порядка.

$$\frac{b^4}{4!}M(q-m)^4 = \frac{b^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}3\sigma_q^4 = \frac{b^4\sigma_q^4}{2 \cdot 4} [6].$$

Аналогично получим

$$\frac{b^6}{6!}M(q-m)^6 = \frac{b^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}15\sigma_q^6 = \frac{b^6\sigma_q^6}{2 \cdot 4 \cdot 6}$$

Проводя дальнейшие, математические преобразования получим окончательно[6]

$$M(\Pi) = ae^{bm+0,5b^2\sigma_q^2}.$$

Таким образом, сохраняя среднюю подачу, потери за молотилкой можно уменьшить в  $e^{0,5b^2\sigma_q^2}$  раз.

**Таблица значений функции**  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

| X   | 0      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|-----|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970   | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910   | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814   | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683   | 3668 | 3652 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521   | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332   | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123   | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897   | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661   | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179   | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942   | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714   | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497   | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295   | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109   | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940   | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790   | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656   | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440   | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355   | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283   | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224   | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175   | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136   | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104   | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079   | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060   | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033   | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024   | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017   | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012   | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009   | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006   | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004   | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003   | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002   | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

Таблица значений функции  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$

| $\Phi(x)$ | $x$  | $\Phi(x)$ | $x$  | $\Phi(x)$ | $x$  | $\Phi(x)$ |
|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|
| 0,0000    | 0,24 | 0,0948    | 0,48 | 0,1844    | 0,72 | 0,2642    |
| 0,0040    | 0,25 | 0,0987    | 0,49 | 0,1879    | 0,73 | 0,2673    |
| 0,0080    | 0,26 | 0,1026    | 0,50 | 0,1915    | 0,74 | 0,2703    |
| 0,0120    | 0,27 | 0,1064    | 0,51 | 0,1950    | 0,75 | 0,2734    |
| 0,0160    | 0,28 | 0,1103    | 0,52 | 0,1985    | 0,76 | 0,2764    |
| 0,0199    | 0,29 | 0,1141    | 0,53 | 0,2019    | 0,77 | 0,2794    |
| 0,0239    | 0,30 | 0,1179    | 0,54 | 0,2054    | 0,78 | 0,2823    |
| 0,0279    | 0,31 | 0,1217    | 0,55 | 0,2088    | 0,79 | 0,2852    |
| 0,0319    | 0,32 | 0,1255    | 0,56 | 0,2123    | 0,80 | 0,2881    |
| 0,0359    | 0,33 | 0,1293    | 0,57 | 0,2157    | 0,81 | 0,2910    |
| 0,0398    | 0,34 | 0,1331    | 0,58 | 0,2190    | 0,82 | 0,2939    |
| 0,0438    | 0,35 | 0,1368    | 0,59 | 0,2224    | 0,83 | 0,2967    |
| 0,0478    | 0,36 | 0,1406    | 0,60 | 0,2257    | 0,84 | 0,2995    |
| 0,0517    | 0,37 | 0,1443    | 0,61 | 0,2291    | 0,85 | 0,3023    |
| 0,0557    | 0,38 | 0,1480    | 0,62 | 0,2324    | 0,86 | 0,3051    |
| 0,0596    | 0,39 | 0,1517    | 0,63 | 0,2357    | 0,87 | 0,3078    |
| 0,0636    | 0,40 | 0,1554    | 0,64 | 0,2389    | 0,88 | 0,3106    |
| 0,0675    | 0,41 | 0,1591    | 0,65 | 0,2422    | 0,89 | 0,3133    |
| 0,0714    | 0,42 | 0,1628    | 0,66 | 0,2454    | 0,90 | 0,3159    |
| 0,0753    | 0,43 | 0,1664    | 0,67 | 0,2486    | 0,91 | 0,3186    |
| 0,0793    | 0,44 | 0,1700    | 0,68 | 0,2517    | 0,92 | 0,3212    |
| 0,0832    | 0,45 | 0,1736    | 0,69 | 0,2549    | 0,93 | 0,3238    |
| 0,0871    | 0,46 | 0,1772    | 0,70 | 0,2580    | 0,94 | 0,3264    |
| 0,0910    | 0,47 | 0,1808    | 0,71 | 0,2611    | 0,95 | 0,3289    |

Продолжение приложения 2

| x    | $\Phi(x)$ | x    | $\Phi(x)$ | x    | $\Phi(x)$ | x    | $\Phi(x)$ |
|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|
| 0,96 | 0,3315    | 1,37 | 0,4147    | 1,78 | 0,4625    | 2,36 | 0,4909    |
| 0,97 | 0,3340    | 1,38 | 0,4162    | 1,79 | 0,4633    | 2,38 | 0,4913    |
| 0,98 | 0,3365    | 1,39 | 0,4177    | 1,80 | 0,4641    | 2,40 | 0,4918    |
| 0,99 | 0,3389    | 1,40 | 0,4192    | 1,81 | 0,4649    | 2,42 | 0,4922    |
| 1,00 | 0,3413    | 1,41 | 0,4207    | 1,82 | 0,4656    | 2,44 | 0,4927    |
| 1,01 | 0,3438    | 1,42 | 0,4222    | 1,83 | 0,4664    | 2,46 | 0,4931    |
| 1,02 | 0,3401    | 1,43 | 0,4235    | 1,84 | 0,4671    | 2,48 | 0,4934    |
| 1,03 | 0,3485    | 1,44 | 0,4251    | 1,85 | 0,4678    | 2,50 | 0,4938    |
| 1,04 | 0,3508    | 1,45 | 0,4265    | 1,86 | 0,4686    | 2,52 | 0,4941    |
| 1,05 | 0,3531    | 1,46 | 0,4279    | 1,87 | 0,4693    | 2,54 | 0,4945    |
| 1,06 | 0,3554    | 1,47 | 0,4292    | 1,88 | 0,4699    | 2,56 | 0,4948    |
| 1,07 | 0,3577    | 1,48 | 0,4305    | 1,89 | 0,4706    | 2,58 | 0,4951    |
| 1,08 | 0,3599    | 1,49 | 0,4319    | 1,90 | 0,4713    | 2,60 | 0,4953    |
| 1,09 | 0,3621    | 1,50 | 0,4332    | 1,91 | 0,4719    | 2,62 | 0,4956    |
| 1,10 | 0,3643    | 1,51 | 0,4345    | 1,92 | 0,4726    | 2,64 | 0,4959    |
| 1,11 | 0,3665    | 1,52 | 0,4357    | 1,93 | 0,4732    | 2,66 | 0,4961    |
| 1,12 | 0,3686    | 1,53 | 0,4370    | 1,94 | 0,4738    | 2,68 | 0,4963    |
| 1,13 | 0,3708    | 1,54 | 0,4382    | 1,95 | 0,4744    | 2,70 | 0,4965    |
| 1,14 | 0,3729    | 1,55 | 0,4394    | 1,96 | 0,4750    | 2,72 | 0,4967    |
| 1,15 | 0,3749    | 1,56 | 0,4406    | 1,97 | 0,4756    | 2,74 | 0,4969    |
| 1,16 | 0,3770    | 1,57 | 0,4418    | 1,98 | 0,4761    | 2,76 | 0,4971    |
| 1,17 | 0,3790    | 1,58 | 0,4429    | 1,99 | 0,4767    | 2,78 | 0,4973    |
| 1,18 | 0,3810    | 1,59 | 0,4441    | 2,00 | 0,4772    | 2,80 | 0,4974    |
| 1,19 | 0,3830    | 1,60 | 0,4452    | 2,02 | 0,4783    | 2,82 | 0,4976    |
| 1,20 | 0,3849    | 1,61 | 0,4463    | 2,04 | 0,4793    | 2,84 | 0,4977    |
| 1,21 | 0,3869    | 1,62 | 0,4474    | 2,05 | 0,4803    | 2,86 | 0,4979    |
| 1,22 | 0,3883    | 1,63 | 0,4484    | 2,08 | 0,4812    | 2,88 | 0,4980    |
| 1,23 | 0,3907    | 1,64 | 0,4495    | 2,10 | 0,4821    | 2,90 | 0,4981    |
| 1,24 | 0,3925    | 1,65 | 0,4505    | 2,12 | 0,4830    | 2,92 | 0,4982    |
| 1,25 | 0,3944    | 1,66 | 0,4515    | 2,14 | 0,4838    | 2,94 | 0,4984    |
| 1,26 | 0,3952    | 1,67 | 0,4525    | 2,16 | 0,4846    | 2,96 | 0,4985    |
| 1,27 | 0,3980    | 1,68 | 0,4535    | 2,18 | 0,4854    | 2,98 | 0,4985    |
| 1,28 | 0,3997    | 1,69 | 0,4545    | 2,20 | 0,4861    | 3,00 | 0,49865   |
| 1,29 | 0,4015    | 1,70 | 0,4554    | 2,22 | 0,4868    | 3,20 | 0,49931   |
| 1,30 | 0,4032    | 1,71 | 0,4564    | 2,24 | 0,4875    | 3,40 | 0,49966   |
| 1,31 | 0,4049    | 1,72 | 0,4573    | 2,26 | 0,4881    | 3,60 | 0,499841  |
| 1,32 | 0,4056    | 1,73 | 0,4582    | 2,28 | 0,4887    | 3,80 | 0,499928  |
| 1,33 | 0,4082    | 1,74 | 0,4591    | 2,30 | 0,4893    | 4,00 | 0,499968  |
| 1,34 | 0,4099    | 1,75 | 0,4599    | 2,32 | 0,4898    | 4,50 | 0,499997  |
| 1,35 | 0,4115    | 1,76 | 0,4608    | 2,34 | 0,4904    | 5,00 | 0,499997  |
| 1,36 | 0,4131    | 1,77 | 0,4616    |      |           |      |           |

Критические точки распределения  $\chi^2$ 

| Число<br>степеней<br>свободы<br>к | Уровень значимости $\alpha$ |       |      |        |         |         |
|-----------------------------------|-----------------------------|-------|------|--------|---------|---------|
|                                   | 0.01                        | 0.025 | 0.05 | 0.95   | 0.975   | 0.89    |
| 1                                 | 6.6                         | 5,0   | 3,8  | 0.0039 | 0,00098 | 0,00016 |
| 2                                 | 9,2                         | 7.4   | 6.0  | 0.103  | 0,051   | 0,020   |
| 3                                 | 11,3                        | 9,4   | 7.8  | 0.352  | 0,216   | 0,115   |
| 4                                 | 13,3                        | 11.1  | 9,5  | 0,711  | 0.484   | 0,297   |
| 5                                 | 15,1                        | 12.8  | 11.1 | 1.15   | 0.831   | 0,554   |
| 6                                 | 16,8                        | 14.4  | 12,6 | 1,64   | 1.24    | 0,872   |
| 7                                 | 18,5                        | 16.0  | 14,1 | 2.17   | 1.69    | 1,24    |
| 8                                 | 20,1                        | 17.5  | 15,5 | 2,73   | 2,18    | 1,65    |
| 9                                 | 21,7                        | 19.0  | 16,9 | 3.33   | 2,70    | 2,09    |
| 10                                | 23,2                        | 20.5  | 18,3 | 3,94   | 3,25    | 2,56    |
| 11                                | 24,7                        | 21.9  | 19,7 | 4,57   | 3,82    | 3,05    |
| 12                                | 26,2                        | 23.3  | 21,0 | 5,23   | 4,40    | 3,57    |
| 13                                | 27,7                        | 24,7  | 22,4 | 5,89   | 5,01    | 4,11    |
| 14                                | 29,1                        | 26,1  | 23,7 | 6,57   | 5.63    | 4,66    |
| 15                                | 30,6                        | 27.5  | 25,0 | 7,26   | 6,26    | 5,23    |
| 16                                | 32,0                        | 28,8  | 26,3 | 7,96   | 6,91    | 5,81    |
| 17                                | 33,4                        | 30.2  | 27,6 | 8,67   | 7,56    | 6,41    |
| 18                                | 34,8                        | 31,5  | 28,9 | 9,39   | 8.23    | 7,01    |
| 19                                | 36,2                        | 32,9  | 30,1 | 10,1   | 8,91    | 7,63    |
| 20                                | 37,6                        | 34,2  | 31,4 | 10,9   | 9.59    | 8,26    |
| 21                                | 38,9                        | 35,5  | 32,7 | 11,6   | 10,3    | 8,90    |
| 22                                | 40,3                        | 36,8  | 33,9 | 12,3   | 11,0    | 9,54    |
| 23                                | 41,6                        | 38,1  | 35,2 | 13,1   | 11.7    | 10,2    |
| 24                                | 43,0                        | 39,4  | 36,4 | 13,8   | 12.4    | 10,9    |
| 25                                | 44,3                        | 40,6  | 37,7 | 14,6   | 13,1    | 11.5    |
| 26                                | 45.6                        | 41,9  | 38,9 | 15,4   | 13,8    | 12.2    |
| 27                                | 47,0                        | 43,2  | 40,1 | 16,2   | 14,6    | 12.9    |
| 28                                | 48,3                        | 44,5  | 41,3 | 16,9   | 15,3    | 13,6    |
| 29                                | 49,6                        | 45,7  | 42,6 | 17,7   | 16,0    | 14.3    |
| 30                                | 50.9                        | 47,0  | 43,8 | 18,5   | 16,8    | 15.0    |



## Критические точки распределения Стьюдента

| Число<br>степеней<br>свободы<br>к | Уровень значимости $\alpha$ (двусторонняя критическая область)  |       |       |       |       |        |
|-----------------------------------|---|-------|-------|-------|-------|--------|
|                                   | 0,10  | 0,05  | 0,02  | 0,01  | 0,002 | 0,001  |
| 1                                 | 6,31  | 12,7  | 31,82 | 63,7  | 318,3 | 637,0  |
| 2                                 | 2,92  | 4,30  | 6,97  | 9,92  | 22,33 | 31,6   |
| 3                                 | 2,35  | 3,18  | 4,54  | 5,84  | 10,22 | 12,9   |
| 4                                 | 2,13  | 2,78  | 3,75  | 4,60  | 7,17  | 8,61   |
| 5                                 | 2,01  | 2,57  | 3,37  | 4,03  | 5,89  | 6,86   |
| 6                                 | 1,94  | 2,45  | 3,14  | 3,71  | 5,21  | 5,96   |
| 7                                 | 1,89  | 2,36  | 3,00  | 3,50  | 4,79  | 5,40   |
| 8                                 | 1,86  | 2,31  | 2,90  | 3,36  | 4,50  | 5,04   |
| 9                                 | 1,83  | 2,26  | 2,82  | 3,25  | 4,30  | 4,78   |
| 10                                | 1,81  | 2,23  | 2,76  | 3,17  | 4,14  | 4,59   |
| 11                                | 1,80  | 2,20  | 2,72  | 3,11  | 4,03  | 4,44   |
| 12                                | 1,78  | 2,18  | 2,68  | 3,05  | 3,93  | 4,32   |
| 13                                | 1,77  | 2,16  | 2,65  | 3,01  | 3,85  | 4,22   |
| 14                                | 1,76  | 2,14  | 2,62  | 2,98  | 3,79  | 4,14   |
| 15                                | 1,75  | 2,13  | 2,60  | 2,95  | 3,73  | 4,07   |
| 16                                | 1,75  | 2,12  | 2,58  | 2,92  | 3,69  | 4,01   |
| 17                                | 1,74  | 2,11  | 2,57  | 2,90  | 3,65  | 3,96   |
| 18                                | 1,73  | 2,10  | 2,55  | 2,88  | 3,61  | 3,92   |
| 19                                | 1,73  | 2,09  | 2,54  | 2,86  | 3,58  | 3,88   |
| 20                                | 1,73  | 2,09  | 2,53  | 2,85  | 3,55  | 3,85   |
| 21                                | 1,72  | 2,08  | 2,52  | 2,83  | 3,53  | 3,82   |
| 22                                | 1,72  | 2,07  | 2,51  | 2,82  | 3,51  | 3,79   |
| 23                                | 1,71  | 2,07  | 2,50  | 2,81  | 3,49  | 3,77   |
| 24                                | 1,71  | 2,06  | 2,49  | 2,80  | 3,47  | 3,74   |
| 25                                | 1,71  | 2,06  | 2,49  | 2,79  | 3,45  | 3,72   |
| 26                                | 1,71  | 2,06  | 2,48  | 2,78  | 3,44  | 3,71   |
| 27                                | 1,71  | 2,05  | 2,47  | 2,77  | 3,42  | 3,69   |
| 28                                | 1,70  | 2,05  | 2,46  | 2,76  | 3,40  | 3,66   |
| 29                                | 1,70  | 2,05  | 2,46  | 2,76  | 3,40  | 3,66   |
| 30                                | 1,70  | 2,04  | 2,46  | 2,75  | 3,39  | 3,65   |
| 40                                | 1,68  | 2,02  | 2,42  | 2,70  | 3,31  | 3,55   |
| 60                                | 1,67  | 2,00  | 2,39  | 2,66  | 3,23  | 3,46   |
| 120                               | 1,66  | 1,98  | 2,36  | 2,62  | 3,17  | 3,37   |
| ∞                                 | 1,64  | 1,96  | 2,33  | 2,58  | 3,09  | 3,29   |
|                                   | 0,05  | 0,025 | 0,01  | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
|                                   | Уровень значимости $\alpha$ (односторонняя критическая область) |       |       |       |       |        |

**Критические точки распределения  $F$  Фишера — Снедекора**  
**( $K_1$ — число степеней свободы большей дисперсии,**  
 **$K_2$ —число степеней свободы меньшей дисперсии)**

| Уровень значимости $\alpha=0.01$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $K_2$                            | $K_1$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                                  | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
| 1                                | 4052  | 4999  | 5403  | 5625  | 5764  | 5889  | 5928  | 5981  | 6022  | 6056  | 6082  | 6106  |
| 2                                | 98,49 | 99,01 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,34 | 99,36 | 99,38 | 99,40 | 99,41 | 99,42 |
| 3                                | 34,12 | 30,81 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,34 | 27,23 | 27,13 | 27,05 |
| 4                                | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,54 | 14,45 | 14,37 |
| 5                                | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,45 | 10,27 | 10,15 | 10,05 | 9,96  | 9,89  |
| 6                                | 13,74 | 10,92 | 9,78  | 9,15  | 8,75  | 8,47  | 8,26  | 8,10  | 7,98  | 7,87  | 7,79  | 7,72  |
| 7                                | 12,25 | 9,55  | 8,45  | 7,85  | 7,46  | 7,19  | 7,00  | 6,84  | 6,71  | 6,62  | 6,54  | 6,47  |
| 8                                | 11,26 | 8,65  | 7,59  | 7,01  | 6,63  | 6,37  | 6,19  | 6,03  | 5,91  | 5,82  | 5,74  | 5,67  |
| 9                                | 10,56 | 8,02  | 6,99  | 6,42  | 6,06  | 5,80  | 5,62  | 5,47  | 5,35  | 5,26  | 5,18  | 5,11  |
| 10                               | 10,04 | 7,56  | 6,55  | 5,99  | 5,64  | 5,39  | 5,21  | 5,06  | 4,95  | 4,85  | 4,78  | 4,71  |
| 11                               | 9,86  | 7,20  | 6,22  | 5,67  | 5,32  | 5,07  | 4,88  | 4,74  | 4,63  | 4,54  | 4,46  | 4,40  |
| 12                               | 9,33  | 6,93  | 5,95  | 5,41  | 5,06  | 4,82  | 4,65  | 4,50  | 4,39  | 4,30  | 4,22  | 4,16  |
| 13                               | 9,07  | 6,70  | 5,74  | 5,20  | 4,86  | 4,62  | 4,44  | 4,30  | 4,19  | 4,10  | 4,02  | 3,96  |
| 14                               | 8,86  | 6,51  | 5,56  | 5,03  | 4,69  | 4,46  | 4,28  | 4,14  | 4,03  | 3,94  | 3,86  | 3,80  |
| 15                               | 8,68  | 6,36  | 5,42  | 4,89  | 4,56  | 4,32  | 4,14  | 4,00  | 3,89  | 3,80  | 3,73  | 3,67  |
| 16                               | 8,53  | 6,23  | 5,29  | 4,77  | 4,44  | 4,20  | 4,03  | 3,89  | 3,78  | 3,69  | 3,61  | 3,55  |
| 17                               | 8,40  | 6,11  | 5,18  | 4,67  | 4,34  | 4,10  | 3,93  | 3,79  | 3,68  | 3,59  | 3,52  | 3,45  |

| Уровень значимости $\alpha=0.05$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $K_2$                            | $K_1$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                                  | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
| 1                                | 161   | 200   | 216   | 225   | 230   | 234   | 237   | 239   | 241   | 242   | 243   | 244   |
| 2                                | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,36 | 19,37 | 19,38 | 19,39 | 19,40 | 19,41 |
| 3                                | 10,13 | 9,55  | 9,28  | 9,12  | 9,01  | 8,94  | 8,88  | 8,84  | 8,81  | 8,78  | 8,76  | 8,74  |
| 4                                | 7,71  | 6,94  | 6,59  | 6,39  | 6,26  | 6,16  | 6,09  | 6,04  | 6,00  | 5,96  | 5,93  | 5,91  |
| 5                                | 6,61  | 5,79  | 5,41  | 5,19  | 5,05  | 4,95  | 4,88  | 4,82  | 4,78  | 4,74  | 4,70  | 4,68  |
| 6                                | 5,99  | 5,14  | 4,76  | 4,53  | 4,39  | 4,28  | 4,21  | 4,15  | 4,10  | 4,06  | 4,03  | 4,00  |
| 7                                | 5,59  | 4,74  | 4,35  | 4,12  | 3,97  | 3,87  | 3,79  | 3,73  | 3,68  | 3,63  | 3,60  | 3,57  |
| 8                                | 5,32  | 4,45  | 4,07  | 3,84  | 3,69  | 3,58  | 3,50  | 3,44  | 3,39  | 3,34  | 3,31  | 3,28  |
| 9                                | 5,12  | 4,26  | 3,86  | 3,63  | 3,48  | 3,37  | 3,29  | 3,23  | 3,18  | 3,13  | 3,10  | 3,07  |
| 10                               | 4,96  | 4,10  | 3,71  | 3,48  | 3,33  | 3,22  | 3,14  | 3,07  | 3,02  | 2,97  | 2,94  | 2,91  |
| 11                               | 4,84  | 3,98  | 3,59  | 3,36  | 3,20  | 3,09  | 3,01  | 2,95  | 2,90  | 2,86  | 2,82  | 2,79  |
| 12                               | 4,75  | 3,88  | 3,49  | 3,26  | 3,11  | 3,00  | 2,92  | 2,85  | 2,80  | 2,76  | 2,72  | 2,69  |
| 13                               | 4,67  | 3,80  | 3,41  | 3,18  | 3,02  | 2,92  | 2,84  | 2,77  | 2,72  | 2,67  | 2,63  | 2,60  |
| 14                               | 4,60  | 3,74  | 3,34  | 3,11  | 2,96  | 2,85  | 2,77  | 2,70  | 2,65  | 2,60  | 2,56  | 2,53  |
| 15                               | 4,54  | 3,68  | 3,29  | 3,06  | 2,90  | 2,79  | 2,70  | 2,64  | 2,59  | 2,55  | 2,51  | 2,48  |
| 16                               | 4,49  | 3,63  | 3,24  | 3,01  | 2,85  | 2,74  | 2,66  | 2,59  | 2,54  | 2,49  | 2,45  | 2,42  |
| 17                               | 4,45  | 3,59  | 3,20  | 2,96  | 2,81  | 2,70  | 2,62  | 2,55  | 2,50  | 2,45  | 2,41  | 2,38  |

**Критические точки распределения Кочрена**  
( $K$  — число степеней свободы,  $l$  — количество выборок)

| Уровень значимости $\alpha=0.01$ |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $f$                              | K      |        |        |        |        |        |        |
|                                  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      |
| 2                                | 0,9999 | 0,9950 | 0,9794 | 0,9586 | 0,9373 | 0,9172 | 0,8988 |
| 3                                | 9933   | 9423   | 8831   | 8335   | 7933   | 7606   | 7335   |
| 4                                | 9676   | 8643   | 7814   | 7212   | 6761   | 6410   | 6129   |
| 5                                | 0,9279 | 0,7885 | 0,6957 | 0,6329 | 0,5875 | 0,5531 | 0,5259 |
| 6                                | 8828   | 7218   | 6258   | 5635   | 5195   | 4866   | 4608   |
| 7                                | 8376   | 6644   | 5685   | 5080   | 4659   | 4347   | 4105   |
| 8                                | 0,7945 | 0,6152 | 0,5209 | 0,4627 | 0,4226 | 0,3932 | 0,3704 |
| 9                                | 7544   | 5727   | 4810   | 4251   | 3870   | 3592   | 3378   |
| 10                               | 7175   | 5358   | 4469   | 3934   | 3572   | 3308   | 3106   |
| 12                               | 0,6528 | 0,4751 | 0,3919 | 0,3428 | 0,3099 | 0,2861 | 0,2680 |
| 15                               | 5747   | 4069   | 3317   | 2882   | 2593   | 2386   | 2228   |
| 20                               | 4799   | 3297   | 2654   | 2288   | 2048   | 1877   | 1748   |
| 24                               | 0.4247 | 0,2871 | 0,2295 | 0,1970 | 0,1759 | 0,1608 | 0,1495 |
| 30                               | 3632   | 2412   | 1913   | 1635   | 1454   | 1327   | 1232   |
| 40                               | 2940   | 1915   | 1508   | 1281   | 1135   | 1033   | 0957   |
| 60                               | 0,2151 | 0,1371 | 0,1069 | 0,0902 | 0,0796 | 0,0722 | 0,0668 |
| 120                              | 1225   | 0759   | 0585   | 0489   | 0429   | 0387   | 0357   |
| ∞                                | 0000   | 0000   | 0000   | 0000   | 0000   | 0000   | 0000   |

[illegible]



## Критические точки критерия Вилкоксона

| Объёмы<br>выборки |                | Q     |      |       |      |
|-------------------|----------------|-------|------|-------|------|
| n <sub>1</sub>    | n <sub>2</sub> | 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05 |
| 6                 | 6              | 23    | 24   | 26    | 28   |
|                   | 7              | 24    | 25   | 27    | 30   |
|                   | 8              | 25    | 27   | 29    | 31   |
|                   | 9              | 26    | 28   | 31    | 33   |
|                   | 10             | 27    | 29   | 32    | 35   |
|                   | 11             | 28    | 30   | 34    | 37   |
|                   | 12             | 30    | 32   | 35    | 38   |
|                   | 13             | 31    | 33   | 37    | 40   |
|                   | 14             | 32    | 34   | 38    | 42   |
|                   | 15             | 33    | 36   | 40    | 44   |
|                   | 16             | 34    | 37   | 42    | 46   |
|                   | 17             | 36    | 39   | 43    | 47   |
|                   | 18             | 37    | 40   | 45    | 49   |
|                   | 19             | 38    | 41   | 46    | 51   |
|                   | 20             | 39    | 43   | 48    | 53   |
|                   | 21             | 40    | 44   | 50    | 55   |
|                   | 22             | 42    | 45   | 51    | 57   |
|                   | 23             | 43    | 47   | 53    | 58   |
|                   | 24             | 44    | 48   | 54    | 60   |
|                   | 25             | 45    | 50   | 56    | 62   |
| 7                 | 7              | 32    | 34   | 36    | 39   |
|                   | 8              | 34    | 35   | 38    | 41   |
|                   | 9              | 35    | 37   | 40    | 43   |
|                   | 10             | 37    | 39   | 42    | 45   |
|                   | 11             | 38    | 40   | 44    | 47   |
|                   | 12             | 40    | 42   | 46    | 49   |
|                   | 13             | 41    | 44   | 48    | 52   |
|                   | 14             | 43    | 45   | 50    | 54   |
|                   | 15             | 44    | 47   | 52    | 56   |
|                   | 16             | 46    | 49   | 54    | 58   |
|                   | 17             | 47    | 51   | 56    | 61   |
|                   | 18             | 49    | 52   | 58    | 63   |
|                   | 19             | 50    | 54   | 60    | 65   |
|                   | 20             | 52    | 56   | 62    | 67   |
|                   | 21             | 53    | 58   | 64    | 69   |
|                   | 22             | 55    | 59   | 66    | 72   |
|                   | 23             | 57    | 61   | 68    | 74   |
|                   | 24             | 58    | 63   | 70    | 76   |
|                   | 25             | 60    | 64   | 72    | 78   |
| 8                 | 8              | 43    | 45   | 49    | 51   |
|                   | 9              | 45    | 47   | 51    | 54   |
|                   | 10             | 47    | 49   | 53    | 56   |
|                   | 11             | 49    | 51   | 55    | 59   |
|                   | 12             | 51    | 53   | 58    | 62   |
|                   | 13             | 53    | 56   | 60    | 64   |
|                   | 14             | 54    | 58   | 62    | 67   |
|                   | 15             | 56    | 60   | 65    | 69   |
|                   | 16             | 58    | 62   | 67    | 72   |
|                   | 17             | 60    | 64   | 70    | 75   |
|                   | 18             | 62    | 66   | 72    | 77   |
|                   | 19             | 64    | 68   | 74    | 80   |
|                   | 20             | 66    | 70   | 77    | 83   |

| Объёмы<br>выборки |       | $Q$   |      |       |      |
|-------------------|-------|-------|------|-------|------|
| $n_1$             | $n_2$ | 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05 |
| 9                 | 22    | 70    | 74   | 81    | 88   |
|                   | 23    | 71    | 76   | 84    | 90   |
|                   | 24    | 73    | 78   | 86    | 93   |
|                   | 25    | 75    | 81   | 89    | 96   |
|                   | 9     | 56    | 59   | 62    | 66   |
|                   | 10    | 58    | 61   | 65    | 69   |
|                   | 11    | 61    | 63   | 68    | 72   |
|                   | 12    | 63    | 66   | 71    | 75   |
|                   | 13    | 65    | 68   | 73    | 78   |
|                   | 14    | 67    | 71   | 76    | 81   |
|                   | 15    | 69    | 73   | 79    | 84   |
|                   | 16    | 72    | 76   | 82    | 87   |
|                   | 17    | 74    | 78   | 84    | 90   |
|                   | 18    | 76    | 81   | 87    | 93   |
|                   | 19    | 78    | 83   | 90    | 96   |
|                   | 20    | 81    | 85   | 93    | 99   |
|                   | 21    | 83    | 88   | 95    | 102  |
|                   | 22    | 85    | 90   | 98    | 105  |
|                   | 23    | 88    | 93   | 101   | 108  |
|                   | 24    | 90    | 95   | 104   | 111  |
|                   | 25    | 92    | 98   | 107   | 114  |
| 10                | 10    | 71    | 74   | 78    | 82   |
|                   | 11    | 73    | 77   | 81    | 86   |
|                   | 12    | 76    | 79   | 84    | 89   |
|                   | 13    | 79    | 82   | 88    | 92   |
|                   | 14    | 81    | 85   | 91    | 96   |
|                   | 15    | 84    | 88   | 94    | 99   |
|                   | 16    | 86    | 91   | 97    | 103  |
|                   | 17    | 89    | 93   | 100   | 106  |
|                   | 18    | 92    | 96   | 103   | 110  |
|                   | 19    | 94    | 99   | 107   | 113  |
|                   | 20    | 97    | 102  | 110   | 117  |
|                   | 21    | 99    | 105  | 113   | 120  |
|                   | 22    | 102   | 108  | 116   | 123  |
|                   | 23    | 105   | 110  | 119   | 127  |
|                   | 24    | 107   | 113  | 122   | 130  |
|                   | 25    | 110   | 116  | 126   | 134  |
| 11                | 11    | 87    | 91   | 96    | 100  |
|                   | 12    | 90    | 94   | 99    | 104  |
|                   | 13    | 93    | 97   | 103   | 108  |
|                   | 14    | 96    | 100  | 106   | 112  |
|                   | 15    | 99    | 103  | 110   | 116  |
|                   | 16    | 102   | 107  | 113   | 120  |
|                   | 17    | 105   | 110  | 117   | 123  |
|                   | 18    | 108   | 113  | 121   | 127  |
|                   | 19    | 111   | 116  | 124   | 131  |
|                   | 20    | 114   | 119  | 128   | 135  |
|                   | 21    | 117   | 123  | 131   | 139  |
|                   | 22    | 120   | 126  | 135   | 143  |
|                   | 23    | 123   | 129  | 139   | 147  |
|                   | 24    | 126   | 132  | 142   | 151  |
|                   | 25    | 129   | 136  | 146   | 155  |

| Объёмы<br>выборок |                | Q     |       |       |       |
|-------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|
| n <sub>1</sub>    | n <sub>2</sub> | 0.005 | 0.01  | 0.025 | 0.05  |
| 12                | 12             | 105   | 109   | 115   | 120   |
|                   | 13             | 109   | 113   | 119   | 125   |
|                   | 14             | 112   | 116   | 123   | 129   |
|                   | 15             | 115   | 120   | 127   | 133   |
|                   | 16             | 119   | 124   | 131   | 138   |
|                   | 17             | 122   | 127   | 135   | 142   |
|                   | 18             | 125   | 131   | 139   | 146   |
|                   | 19             | 129   | 134   | 143   | 150   |
|                   | 20             | 132   | 138   | 147   | 155   |
|                   | 21             | 136   | 142   | 151   | 159   |
|                   | 22             | 139   | 145   | 155   | 163   |
|                   | 23             | 142   | 149   | 159   | 168   |
|                   | 24             | 146   | 153   | 163   | 1721  |
|                   | 25             | 149   | 156   | 167   | 76    |
| 13                | 13             | 125   | 130   | 136   | 142   |
|                   | 14             | 129   | 134   | 141   | 147   |
|                   | 15             | 133   | 138   | 145   | 152   |
|                   | 16             | 136   | 142   | 150   | 156   |
|                   | 17             | 140   | 146   | 154   | 1611  |
|                   | 18             | 144   | 150   | 158   | 66    |
|                   | 19             | 148   | 154   | 163   | 171   |
|                   | 20             | 151   | 158   | 167   | 175   |
|                   | 21             | 155   | 162   | 171   | 180   |
|                   | 22             | 159   | 166   | 176   | 185   |
|                   | 23             | 163   | 170   | 180   | 189   |
|                   | 24             | 166   | 174   | 185   | 1941  |
|                   | 25             | 170   | 178   | 189   | 99    |
| 14                | 14             | 147   | 152   | 160   | 166   |
|                   | 15             | 151   | 156   | 164   | 171   |
|                   | 16             | 155   | 161   | 169   | 176   |
|                   | 17             | 159   | 165   | 174   | 182   |
|                   | 18             | 163   | 170   | 179   | 187   |
|                   | 19             | 168   | 174   | 183   | 192   |
|                   | 20             | 172   | 178   | 188   | 197   |
|                   | 21             | 176   | 183   | 193   | 202   |
|                   | 22             | 180   | 187   | 198   | 207   |
|                   | 23             | 184   | 192   | 203   | 212   |
|                   | 24             | 188   | 196 2 | 207   | 218 2 |
|                   | 25             | 192   | 00    | 212   | 23    |
| 15                | 15             | 171   | 176   | 184   | 192   |
|                   | 16             | 175   | 181   | 190   | 197   |
|                   | 17             | 180   | 186   | 195   | 203   |
|                   | 18             | 184   | 190   | 200   | 208   |
|                   | 19             | 189   | 195   | 205   | 214   |
|                   | 20             | 193   | 200   | 210   | 220   |
|                   | 21             | 198   | 205   | 216   | 225   |
|                   | 22             | 202   | 210   | 221   | 231   |
|                   | 23             | 207   | 214   | 226   | 236   |
|                   | 24             | 211   | 219   | 231   | 2422  |
|                   | 25             | 216   | 224   | 237   | 48    |
| 16                | 16             | 196   | 202   | 211   | 219   |
|                   | 17             | 201   | 207   | 217   | 225   |
|                   | 18             | 206   | 212   | 222   | 231   |
|                   | 19             | 210   | 218   | 228   | 237   |

| Объёмы<br>выборки |                | Q     |      |       |      |
|-------------------|----------------|-------|------|-------|------|
| N <sub>1</sub>    | n <sub>2</sub> | 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05 |
|                   | 20             | 215   | 223  | 234   | 243  |
|                   | 21             | 220   | 228  | 239   | 249  |
|                   | 22             | 225   | 233  | 245   | 255  |
|                   | 23             | 230   | 238  | 251   | 261  |
|                   | 24             | 235   | 244  | 256   | 267  |
|                   | 25             | 240   | 249  | 262   | 273  |
| 17                | 17             | 223   | 230  | 240   | 249  |
|                   | 18             | 228   | 235  | 246   | 255  |
|                   | 19             | 234   | 241  | 252   | 262  |
|                   | 20             | 239   | 246  | 258   | 268  |
|                   | 21             | 244   | 252  | 264   | 274  |
|                   | 22             | 249   | 258  | 270   | 281  |
|                   | 23             | 255   | 263  | 276   | 287  |
|                   | 24             | 260   | 269  | 282   | 294  |
|                   | 25             | 265   | 275  | 288   | 300  |
| 18                | 18             | 252   | 259  | 270   | 280  |
|                   | 19             | 258   | 265  | 277   | 287  |
|                   | 20             | 263   | 271  | 283   | 294  |
|                   | 21             | 269   | 277  | 290   | 301  |
|                   | 22             | 275   | 283  | 296   | 307  |
|                   | 23             | 280   | 289  | 303   | 314  |
|                   | 24             | 286   | 295  | 309   | 321  |
|                   | 25             | 292   | 301  | 316   | 328  |
| 19                | 19             | 283   | 291  | 303   | 313  |
|                   | 20             | 289   | 297  | 309   | 320  |
|                   | 21             | 295   | 303  | 316   | 328  |
|                   | 22             | 301   | 310  | 323   | 335  |
|                   | 23             | 307   | 316  | 330   | 342  |
|                   | 24             | 313   | 323  | 337   | 350  |
|                   | 25             | 319   | 329  | 344   | 357  |
| 20                | 20             | 315   | 324  | 337   | 348  |
|                   | 21             | 322   | 331  | 344   | 356  |
|                   | 22             | 328   | 337  | 351   | 364  |
|                   | 23             | 335   | 344  | 359   | 371  |
|                   | 24             | 341   | 351  | 366   | 379  |
|                   | 25             | 348   | 358  | 373   | 387  |
| 21                | 21             | 349   | 359  | 373   | 385  |
|                   | 22             | 356   | 366  | 381   | 393  |
|                   | 23             | 363   | 373  | 388   | 401  |
|                   | 24             | 370   | 381  | 396   | 410  |
|                   | 25             | 377   | 388  | 404   | 418  |
| 22                | 22             | 386   | 396  | 411   | 424  |
|                   | 23             | 393   | 403  | 419   | 432  |
|                   | 24             | 400   | 411  | 427   | 441  |
|                   | 25             | 408   | 419  | 435   | 450  |
| 23                | 23             | 424   | 434  | 451   | 465  |
|                   | 24             | 431   | 443  | 459   | 474  |
|                   | 25             | 439   | 451  | 468   | 483  |
| 24                | 24             | 464   | 475  | 492   | 507  |
|                   | 25             | 472   | 484  | 501   | 517  |
| 25                | 25             | 505   | 517  | 536   | 552  |



**Значения**  $P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a}$  (распределение Пуассона)

[illegible]

Таблица значений  $q=q(\beta, n)$

|  |     |         |      |        |     |         |        |       |                |        |
|--|-----|---------|------|--------|-----|---------|--------|-------|----------------|--------|
| Приложение<br>Значение $\lambda$<br>Ирвина | n   | $\beta$ |      |        | n   | $\beta$ |        |       | 10<br>критерия |        |
|  |     | 0.95    | 0.99 | 0.999  |     | 0.95    | 0.99   | 0.999 |                |        |
|  | 5   | 1,37    | 2,67 | 5,64   | 20  | 0,37    | 0,58   | 0,88  |                |        |
|  | 6   | 1,09    | 2,01 | 3,88   | 25  | 0,32    | 0,49   | 0,73  |                |        |
|  | 7   | 0,92    | 1,62 | 2,98   | 30  | 0,28    | 0,43   | 0,63  |                |        |
|  | 8   | 0,80    | 1,38 | 2,42   | 35  | 0,26    | 0,38   | 0,56  |                |        |
|  | 9   | 0,71    | 1,20 | 2,06   | 40  | 0,24    | 0,35   | 0,50  |                |        |
|  | 10  | 0,65    | 1,08 | 1,80   | 45  | 0,22    | 0,32   | 0,46  |                |        |
|  | 11  | 0,59    | 0,98 | 1,60   | 50  | 0,21    | 0,30   | 0,43  |                |        |
|  | 12  | 0,55    | 0,90 | 1,45   | 60  | 0,188   | 0,269  | 0,38  |                |        |
|  | 13  | 0,52    | 0,83 | 1,33   | 70  | 0,174   | 0,245  | 0,34  |                |        |
|  | 14  | 0,48    | 0,78 | 1,23   | 80  | 0,161   | 0,226  | 0,31  |                |        |
|  | 15  | 0,46    | 0,73 | 1,15   | 90  | 0,151   | 0,211  | 0,29  |                |        |
|  | 16  | 0,44    | 0,70 | 1.07   | 100 | 0,143   | 0,198  | 0,27  |                |        |
|  | 17  | 0,42    | 0,66 | 1,01   | 150 | 0,115   | 0,160  | 0,211 |                |        |
|  | 18  | 0,40    | 0,63 | 0,96   | 200 | 0,099   | 0,136  | 0,185 |                |        |
|  | 19  | 0,39    | 0,60 | 0.92   | 250 | 0,089   | 0,120  | 0,162 |                |        |
|  | N   | P=0,95  |      | P=0,99 | N   |         | P=0,95 |       |                | P=0,99 |
|  | 2   | 2,8     |      | 3,7    | 50  |         | 1,1    |       |                | 1,6    |
|  | 3   | 2,2     |      | 2,9    | 100 |         | 1,0    |       |                | 1,5    |
| 10   | 1,5 |         | 2,0  | 400    |     | 0,9     |        | 1,3   |                |        |
| 20   | 1,3 |         | 1,8  | 1000   |     | 0,8     |        | 1,2   |                |        |
| 30   | 1,2 |         | 1,7  |        |     |         |        |       |                |        |

Критерии согласия

| $\lambda$ | P( $\lambda$ ) | $\lambda$ | P( $\lambda$ ) | $\lambda$ | P( $\lambda$ ) |
|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
| 0,0       | 1,000          | 0,7       | 0,711          | 1,4       | 0,040          |
| 0,1       | 1,000          | 0,8       | 0,544          | 1,5       | 0,022          |
| 0,2       | 1,000          | 0,9       | 0,393          | 1,6       | 0,012          |
| 0,3       | 1,000          | 1,0       | 0,270          | 1,7       | 0,006          |
| 0,4       | 0,997          | 1,1       | 0,178          | 1,8       | 0,003          |
| 0,5       | 0,964          | 1,2       | 0,112          | 1,9       | 0,002          |
| 0,6       | 0,864          | 1,3       | 0,068          | 2,0       | 0,001          |

## **Литература.**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М. Высшая школа, 2002.
2. Мхитарян В.С. Статистические методы в управлении качеством продукции. -М.: «Финансы и статистика», 1982.
3. Ермольев Ю.И. Основы научных исследований в сельскохозяйственном машиностроении: Учебное пособие.- Ростов н/Д: Изд.центр ДГТУ, 2003.
4. Иванцов В.И. Методика экспериментальных исследований и испытаний сельхозмашин: Учебное пособие. Ростов – на – Дону, РИСХМ 1987.
5. Обеспечение надежности сельскохозяйственных машин. А.Г. Далальянц, А.А. Далальянц, В.С. Мельников и др., Ростов – на – Дону 2008.
6. Иванцов В.И., Солошенко О.И. Валковые жатки - М.: Машиностроение, 1984.
7. Ремонтпригодность машин. Под ред. д-ра тех. наук проф. П.Н.Волкова. М., «Машиностроение», 1975.
8. Саакян Д.Н. Контроль качества механизированных работ в полеводстве. М., «Колос», 1973.